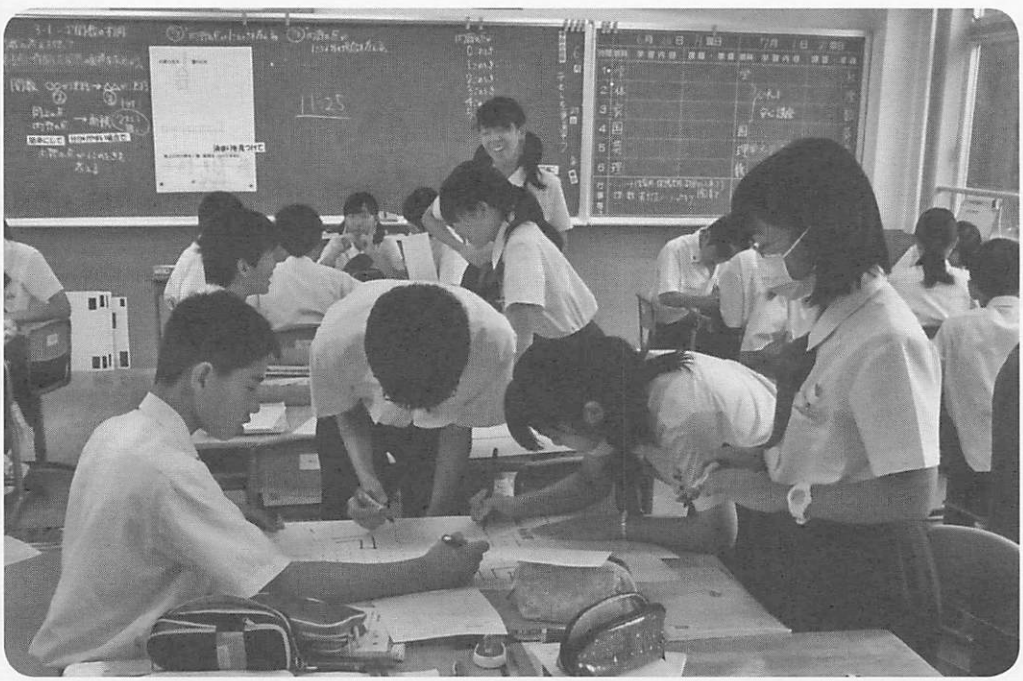
数学科

教科領域研究テーマ
【数学的な見方や考え方を高める学びの創造】



数学科

数学的な見方や考え方を高める学びの創造

実　践　者　赤松　結美，鶴本　直丈
愛媛大学研究パートナー　河村　泰之，吉村　直道

第１章　はじめに

本校数学科では，昨年次に「数学的な見方や考え方を高める学びの創造」を研究テーマに掲げ，研究を進めてきた。これは，本校の研究主題「持続可能な社会の形成に向け，自らを活かす生徒の育成～すべての生徒が伸びる学びの追求～」を受け，本校が掲げている望ましい子ども像から数学科で育てたい子どもの姿を考えたときに，最も重点を置いて研究をしていきたいものが，数学的な見方や考え方だったからである。また，本校数学科では，持続可能な社会を形成するために必要な「自立」の力と「共生」の力のうち，特に，以下の六つの力を数学の学習を通して育つことが期待できる力として捉えている。

【「自立」の力】
○広い視野でものごとを客観的に判断する力
○問題の本質を見抜く力
○課題解決にむけ，自ら考え，見通しをもって解決する力
○解決の過程や結果を振り返って修正・改善する力
【「共生」の力】
○多様な価値観を認める力
○互いの個性を尊重する力

意図的・計画的に行われる問題解決的な学習の中で，数学的な見方や考え方を高めることをねらって指導を工夫することで，上記の「自立」の力は高まると考えている。また，数学的な見方や考え方を高めるとは，生徒一人一人に数学的な見方や考え方を学ばせ，学んだ数学的な見方や考え方を発揮させていくことであると考えている。だから，数学的な見方や考え方を学ばせ発揮させる場としての集団の学びの場をどのように作っていくのかが研究の一つの課題である。問題解決的な学習において，数学的な見方や考え方がうまく発揮されれば，それは問題解決に即決し，自他の数学的な見方や考え方が活かされることを互いに実感する。そこでは，自分の力で問題を解決したという満足感や達成感，自分の見方や考え方が他者の役に立ったという喜びなどを味わうことができるから，生徒一人一人の自尊感情は高まっていくと考えられる。そして，三つの「きょうどう」の精神のうちの「協同」の精神を育てていくことを意図して集団の学びの場を設定していくことで，上記の「共生」の力も高まると考えている。

昨年次の研究の結果，問題解決に粘り強く取り組むことができる題材及び学習指導方法を工夫したことと，学んだり高まったりした数学的な見方や考え方を発揮させたり共有させたりする手立てを工夫したことは，数学的な見方や考え方を高めるための工夫として有効であった。今年次はさらに，高めたい数学的な見方や考え方を明確にして，その数学的な見方や考え方を発揮することができる学び合いの場を創造していきたいと考え，「数学的な見方や考え方を高める学びの創造」を研究テーマとして設定し，研究を進めることとした。

第２章　研究の実際

研究（その１）

「できた」を実感させ，数学的な見方や考え方を高める指導の工夫

― 協同で解決の見通しを立てさせることを通して ―

（実践者）赤松　結美

１　本研究テーマ設定の理由

昨年次は，問題解決的な学習において生徒が考え出す多様な解決方法を生かし，数学的な見方や考え方を高める指導を考え，研究を進めた。具体的には，多様な解決方法を知る学習と多様な解決方法に挑戦する学習とを一つの単元の中に設定し，生徒が自分や他者の多様な考えをつなぐことのできる学習の場を工夫した。その工夫は，数学的な見方や考え方のよさを実感させたり，学習課題の解決が「できた」と実感させたりするのに有効であった。多様な解決方法を知る経験や多様な解決方法に挑戦する経験を通していろいろな数学的な見方や考え方に触れ，それぞれのよさを感得することができたものと考えられる。

本校の生徒は，基本的な知識や技能を十分身に付けているので，一度解決したことのある問題では，容易に自力解決をしていく者が多い。しかし，既習の学習内容を総合的に活用する必要があったり，解決までにいくつもの段階を踏んで考えなければならなかったりすると，何から考えていけばよいのか分からず行き詰まったり，初めから解決をあきらめたりする様子も見られる。これまでの問題解決的な学習では，多様な解決方法や解決結果を振り返る場が，「協同（目的を果たすために他者とともに，みんなで力を合わせながら自分を活かす）」の精神を育てる場になっていることが多かった。今年次は，「協同」の精神を育てる場を解決の見通しを立てる段階でつくる。解決の見通しを立てる段階で，多様な考えをつなぐ集団での学びの場を意図的につくることを通して，身に付けている知識や技能を活用し，数学的な見方や考え方を発揮して，最後まで粘り強く問題解決に取り組む生徒を育てていくことができるのではないかと考えたからである。

解決の見通しを立てるときに自他の多様な考えを出し合い，一人一人がより明確な解決の見通しをもつ経験をさせれば，自分の学びが友人の学びに生かされたり，「分からない」「できそうにない」が「分かる」「できそうだ」に変わる状況をつくったりすることができるだろうと考える。また，解決の見通しを立てる段階で，問題解決の過程で発揮する数学的な見方や考え方を意識させ，問題解決が自分の力で「できた」と感じさせれば，生徒は満足感や達成感，自己有能感などを感じるとともに，数学的な見方や考え方のよさをより強く実感するだろうと考える。様々な問題で，数学的な見方や考え方を発揮し問題解決が「できた」という経験を積み重ねていくことによって，生徒は，難しいと思う数学の問題に対しても，解決できるまで粘り強く取り組むようになるのではないだろうか。そのような生徒の姿は，本校の望ましい子ども像の「自信と誇りをもって，可能性に挑戦し続けようとする」姿が数学の学習場面で具体的に現れた状況であるといえる。さらに，数学の学習を通して培われたチャレンジ精神や粘り強さ，自分に対する自信などは，数学以外の問題に直面したときにもその解決のために大いに発揮されることだろう。それが「持続可能な社会に向け，自らを活かす生徒」を育成することにつながっていくと考える。

多様な考えをつなぎ，協同で解決の見通しを立てさせ，「できた」を実感させる指導の工夫をすることで，数学的な見方や考え方を高めたいと考え，本研究テーマを設定した。

2　研究の内容及び方法

本研究では，単元「平方根」の学習を終えた後に，「計算力を高めよう」という課題学習で行う問題解決的な学習の中で実践した指導の工夫について，その効果と有効性を検証する。特に，解決の見通しを立てる段階で，多様な考えをつなぐ集団での学びの場を設定するところで工夫する。そして，その指導の工夫は，問題解決が「できた」と実感させることや数学的な見方や考え方を高めることに有効であったかを検証・考察する。

(1)　数学的な見方や考え方を高める学習課題の工夫

問題解決のときに数学的な見方や考え方を意識して考えを進めることや，多様な考えを比較，検討することで，よりよい解決につながるような学習課題を設定する。

(2)　授業で発揮させたい数学的な見方や考え方の明確化

実践授業での解決の見通しを立てる段階において，発揮させたい数学的な見方や考え方を明らかにする。

(3)　「できた」を実感させる指導の工夫

解決の見通しを立てる段階に，多様な考えを比較，検討し，自分の考えを確かなものにさせたり，他者の考えを取り入れさせたりする場を設定した授業を実践する。

(4)　検証および考察

実践授業での生徒の反応やワークシートの記述内容を見取る。また，実践授業後に自由記述の感想を含むアンケート調査を行う。さらに，評価問題を解かせ，その結果を見る。見取った内容から，実践した指導の工夫が，問題解決が「できた」と実感させることや数学的な見方や考え方を高めることに有効であったかを考察する。

3　研究の実際

(1)　数学的な見方や考え方を高める学習課題の工夫

学習課題は，３年「平方根」の単元（全14時間）の終了後，課題学習として1.5時間の授業で扱うものとした。その内容は，Four・Foursという数のパズルを参考にして実践者が作成したパズルFour・Twosを解くというものである。また，解決の見通しを立てる活動を２度経験させるために，パズルの条件を少し変えた学習課題１「Four・Twosで３を」と学習課題２「Four・Twosで０～10を」を作成した。学習課題１は授業前半に，学習課題２は授業後半に追究させるように設定した。その具体的な内容は，以下の通りである。

ア　学習課題１「Four・Twosで３を」

下の「Four･Twos」の条件①～④を守り，計算結果が 3 になる計算式をできるだけ多くつくれ。

〈「Four・Twos」の条件〉
① 必ず，２を４つ使い，根号を１つ以上含んでいる。
② 指数の２を使ってよい。ただし，それも４つの２のうちの１つとする。
③ ＋，－，×，÷，（ ）は自由に使ってよい。二重かっこは使えないこととする。
④ 計算結果が □ になる。

イ　学習課題２「Four・Twosで０～10を」

上の「Four･Twos」の条件①～④を守り，計算結果が 0～10 になる計算式を１つずつつくれ。

(2) 二つの学習課題の追究で発揮させたい数学的な見方や考え方の明確化

実践授業での解決の見通しを立てる段階において，発揮させたい数学的な見方や考え方を次の表１のように考えた。ただし，◎は全員に発揮させたい数学的な見方や考え方であり，○はできれば発揮させたい数学的な見方や考え方である。数学的な見方や考え方の分類については，片桐重男氏の「数学的な考え方」の捉えを基にしている。

表１　学習課題１，２の追究で発揮させたい数学的な見方や考え方

学習課題	解決の見通しを立てる段階で 発揮させたい数学的な見方や考え方	数学的な見方や考え方が 発揮された解決の見通しの例
学習課題１	◎演繹的（解析的）な考え方	計算結果が３になるには，最後の計算が１＋２や４－１などになればよい。
	◎演繹的（総合的）な考え方	$\sqrt{\ }$を１つ以上用いなければならないから，根号がなくなるような計算を含まなければならない。
	○帰納的な考え方	２や$\sqrt{2}$を使った加減乗除をいろいろと計算してみて，その結果からきまりを見つけて考える。
	○単純化の考え方	４つの数を２つずつに分けてそれぞれの計算を考えてから，それを組み合わせて３にする。
学習課題２	◎類推的な考え方	学習課題１と同じ方法でできそうだ。
	◎演繹的（解析的）な考え方	計算結果が整数にならなければならないから，$\sqrt{2}\times\sqrt{2}$や$\sqrt{2}\div\sqrt{2}$を使うように考える。
	◎演繹的（総合的）な考え方	指数の２を用いると２を５つ使った計算と同じ結果にすることができる。
	○単純化の考え方	既につくれた計算式の一部を用いて考える。

(3) 「できた」を実感させる指導の工夫

ア　学習課題１の解決が「できた」と実感させる工夫

$\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，$\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$，$(\sqrt{2})^2=2$など，２を２つ用いた計算方法を全員で復習した。そのことによって，学習課題の解決に必要な知識・技能を確認すると同時に，計算結果の根号の有無に着目することや簡単な計算の組み合わせで考えていく発想を促した。

一定の時間で，できるだけたくさんの計算式をつくるように要求した。そのことによって，一つしかつくれない生徒から，たくさんつくることができる生徒まで，どの生徒に対してもその生徒に応じた「できた」の実感を味わわせた。

イ　学習課題２の解決が「できた」と実感させる工夫

計算結果が０～10までになる計算式を考えさせた。それぞれの計算結果になる計算式は簡単につくれるものから難しいものまで様々なので，生徒の実態によって解決するものを選択することができるようにした。

ウ　解決の見通しを立てる段階での指導の工夫

学習課題１の追究では，解決の見通しは個人で立てさせた。学習課題２の追究では，個人で解決の見通しを立てさせた後，班で班員の立てた見通しについて聞き，自分の立てた見通しに足りなかった部分は補い，間違っている部分は修正して，よりよい解決の見通しを立てさせ,自分の考えを確かなものにさせた。その後，個人で学習課題２の解決を実行させ，それを班に持ち寄って，よりよい解決に向けて話し合わせた。

次の①～④（①学習課題１の解決の見通しを個人で立てた後，②学習課題２の解決の見通しを個人で立てた後，③班員の解決の見通しを聞き，班員と解決の見通しを立てた後，④学習課題２の解決後）の時点で，学習課題の解決についてどれくらい自信があるのかを５段階（５：たいへん自信がある～１：全く自信がない）で自己評価させ，解決できそうだという自覚を高めさせた。

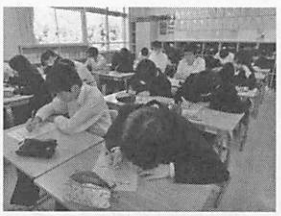
(4) **授業の実際（1.5時間扱い）**

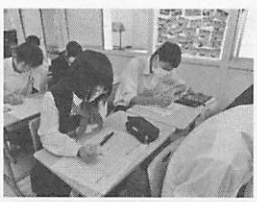
ア　主　題　「『Four・Twos』で計算力を高めよう！」

イ　ねらい　○学習課題を追究することで，根号を含んだ式の計算や平方根の理解を深める。
○決められた計算結果になるような計算式を早く正しくつくるために，解決の見通しを立てることができる。

ウ　授業の様子

学習活動（形態）	○教師の働きかけ　・生徒の主な反応
1　本時のねらいを知り，学習課題１を把握する。（一斉）	○数のパズル「Four・Fours」を知っているか。 ・知らない。　・やったことがある。（少数の生徒） ○学習課題１の把握が容易になるように，数のパズル「Four・Fours」を解かせた。整数だけで考えればよいので，早く思いついた生徒数名に発表させ，本時の学習課題への興味・関心を高めた。 ○計算力を高めるために，数のパズル「Four・Twos」を解こう。
	（学習課題１）「Four・Twos」の条件①～④を守り，計算結果が［3］になる計算式をできるだけ多くつくれ。
2　解決の見通しを立てる。（一斉） ↓ （個人）	○根号を含んだ式の四則計算（$\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，$\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$など）を復習してから，学習課題１の解決の見通しを立てさせた。 ○まず何をすればよいか，どのようなことを考えればよいか，何が分からないのかなど，式をつくり始める前に考えさせた。
3　解決の自信度①を記入する。（個人）	○解決の自信度①を５段階で記入させた。 ・解決の自信度①の平均値＝3.1（39名）
4　学習課題１を追究する。（個人） ↓ （ペア） ↓ （全体）	○できるだけ多く計算式をつくることができるとよいことを強調し取り組ませた。 ・一人一人が真剣に考えていた。 ○ペアで，互いにつくった式の計算の答え合わせをさせた。 ・計算の仕方が間違っているところを説明しているペア，式を多くつくった相手に驚きの声を上げるペアもいた。 ○たくさんの式をつくることができた生徒数名に，式を紹介させるとともに，どのような解決の見通しを立てていたのか発表させた。 ・$(\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2})\div\sqrt{2}$ ・$\sqrt{2}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}\div\sqrt{2}$ ・発表では，発揮させたかった演繹的な考え方や単純化の考え方が出た。
5　学習課題２を把握し，解決の見通しを立てる。（個人）	（学習課題２）「Four・Twos」の条件①～④を守り，計算結果が［0～10］になる計算式を１つずつつくれ。
6　解決の自信度②を記入する。（個人）	○解決の見通しを立てさせる。 ○解決の自信度②を５段階で記入させた。 ・解決の自信度②の平均値＝3.5（39名）
7　解決の見通しを話し合う。（小集団）	○班員の立てた解決の見通しを聞き，解決の見通しを立て直させる。
8　解決の自信度③を記入する。（個人）	○解決の自信度③を５段階で記入させた。 ・解決の自信度③の平均値＝3.8（39名）


個人で追究している様子


個人で見通しを立てる


班で見通しを立てる

9　学習課題２を追究し，自分の考えと他者の考えを比較する。 （個人） ↓ （小集団） ↓ （全体）	○一つだけ計算式がつくれない値があることを知らせ，学習課題２を家庭で解いてくるように指示した。 ・１，２，３，４，５，６，８については個人で解決できた生徒が多かった。９と10になる計算式は，分からなかった生徒が多かった。２乗の計算をうまく使うことで解決できた班員の考えを知り全員が理解した。 ・$9=(2+\sqrt{2}\div\sqrt{2})^2$　　・$10=(2\times\sqrt{2})^2+2$ ○全体で，７以外の数の計算結果になる式を２つずつ発表させた。 ・$(-2-\sqrt{2}\div\sqrt{2})^2=9$，$(-2\times\sqrt{2})^2+2=10$など，計算結果が９や10になる別の計算式を考えた生徒の意見に皆が感心していた。
10　本時の学習を振り返る。 （個人）	○授業を振り返って，理解面，意欲面を自己評価させ，解決の自信度④（類似の問題を解決する自信度）を書かせた。
11　解決の自信度④を記入する。 （個人）	・解決の自信度④＝4.6（38名）

(5)　検証および考察

ア　実践授業での生徒の反応

生徒が書いた解決の自信度①～④を見ると，39人中34人の生徒の自信度が後になるほど評価が高くなっており，平均値も解決の自信度①は3.1，②は3.5，③は3.8，④は4.6となっていて，問題解決ができるという意識が本授業を通して徐々に高まっていることが見て取れる。本授業を通して，解決の自信度が上がった理由について，生徒は「自分とは違う式のつくり方を見て，考え方が広がったから」「何度も考え合って，見通しの立て方が分かっていったから」「いろんな人の考え方を聞いて自分の考えも深まった」などと答えている。多様な考えを自分の中に取り込んで考えを深めている様子が分かる。学習課題への取組も１，２ともに大変熱心だった。

イ　実践授業で使用したワークシートの記述内容

本時で初めて解決の見通しを立てたときのワークシートには，課題解決のために，単純化の考え方（20名），演繹的な（解析的な）考え方（10名），演繹的な（総合的な）考え方（６名），帰納的な考え方（２名）を発揮した解決の見通しの記述があった。解決の見通しを立てさせることで，生徒が用いようとしている数学的な見方や考え方が表現されてくるので，生徒一人一人について，発揮した数学的な見方や考え方を特定することができた。

ウ　実践授業後のアンケートによる意識調査

表２　授業後のアンケート調査の結果（対象：３年生39名）

評　価　項　目	５：よくあてはまる	４：あてはまる	３：どちらでもない	２：あまりあてはまらない	１：全くあてはまらない
(1)　Four・Twosに挑戦して，平方根の計算の理解が深まった。	35人 (89.7%)	3人 (7.7%)	１人 (2.6%)	0人 (0%)	0人 (0%)
(2)　班で解決の見通しについて積極的に話し合えた。	26人 (66.7%)	11人 (28.2%)	2人 (5.1%)	0人 (0%)	0人 (0%)
(3)　計算式を考えるとき，友達の考えを生かそうとした。	30人 (76.9%)	9人 (23.1%)	0人 (0%)	0人 (0%)	0人 (0%)

約９割の生徒が平方根の計算の理解が深まったとしており，班で見通しを再検討するときの話合いにもほとんどの生徒が肯定的に活動していることが分かる。（表２）

エ　実践授業後の自由記述による感想の内容

授業後の感想には，本授業で，班やクラスの人たちのいろいろな考えを聞いて，自分の考えの深まりや広がりを感じているものが多かった。数学的な見方や考え方のよさに気付いているものもあった。また，数学が苦手な生徒も，分かって充実していたと述べている。（下線部＝＝）

○考えれば考える程，楽しさが増していき，すごく楽しくできた。また，友達の考えや考えた式を聞いたことで，さまざまな方法で１つの数を求められることにとても数学の不思議やおもし

ろさを実感できた。

○最初は１問も解けなかったけれどゆっくり考えて，自分で確かめてみたとき，あっていたのですごくうれしかったし，達成感も生まれた。充実した授業だった。

○今回，Four･Twosをやって，自分の考え方の幅が広がったと感じた。自分と違う意見，考え方を聞いたり，見たりすることで今までとは全く違ったものが生まれるなと思った。

オ　実践授業後に行った評価テストの結果

(評価テスト)下の「Four･Threes」の条件①～④を守り，計算結果が $\boxed{0 \sim 10}$ になる計算式を１つずつつくれ。また，この問題を解決するための見通しを立てよ。(見通し２分，計算式づくり３分)

〈「Four・Threes」の条件〉

① 必ず，３を４つ使い，根号を１つ以上含んでいる。

② 指数の３を使ってよい。ただし，それも４つの３のうちの１つとする。

③ ＋，－，×，÷，(　) は自由に使ってよい。二重かっこは使えないこととする。

④ 計算結果が $\boxed{}$ になる。

解決の見通しの記述から，学習課題１，２と同じ方法が使えないかと考える「類推的な考え方」(40名) また，計算結果が○○になるためには，◇◇にならなければいけないというような演繹的（解析的）な考え方（20名），３を２つ使っての計算から行い，その結果を組み合わせて計算式をつくるという単純化の考え方（23名）などが見て取れた。解決の見通しについての記述がない者（３名）も，計算式は数種類できていた。40名が３分間でつくった計算式の平均個数は6.2個で，数学的な見方や考え方が十分発揮できている姿として捉えられる。

４　本研究の成果と課題

根号を含んだ式の計算に関するパズルを基にした二つの学習課題を設定し，問題解決的な学習を展開する中で，解決の見通しを立てる段階に焦点を当て，研究実践を行った。解決の見通しを立てる段階で発揮させたい数学的な見方や考え方を明確にし，解決の見通しを個人で立てた後，ペアや小集団で検討し直す活動を行わせることで，生徒は，演繹的な考え方や類推的な考え方などの数学的な見方や考え方を発揮して学習課題を解決することができた。また，解決の見通しについて比較・検討し，よりよい解決を目指す活動を通して，解決への自信と意欲をもたせることもでき，解決することが「できた」と実感させることができた。授業後のアンケートや自由記述の感想にもあるように，「自分一人では思いつきにくかったことを話して理解を深めるごとに，それを他のところでも使うことができると感じていた」「様々な意見に触れ，より多方面からの考え方に学ばされた」「話合いなどをして，自分が気付いていなかったことを教えられたりして，いろんな見方ができるようになった。それが解決につながった。」というような協同の精神を育てる集団での学びが実現できた。また，授業後の評価テストでは，見通しを立てた２分間と計算式をつくった３分間で発揮された数学的な見方や考え方が，授業で取り組んだ学習課題２の場合より，「類推的な考え方」も「演繹的な考え方」も「単純化の考え方」も多くなっており，解決できた問題数も多かった。評価テストの問題が学習課題の発展問題であったことを考えると，本研究でおこなった指導の工夫は，生徒に「できた」を感得させ，数学的な見方や考え方を高めるのに有効であったと考えられる。

今後は，他の領域でも，ペアや小集団で解決の見通しを立てる活動を取り入れた問題解決的な学習を行い，数学的な見方や考え方を高める指導の工夫について研究を進めていきたい。

参考文献

片桐重男（1988)「数学的な考え方・態度とその指導１数学的な考え方の具体化」(明治図書)

研究（その２）

数学的な見方や考え方のよさを感得し，身に付けた見方や考え方を自ら発揮できる生徒の育成

― ２年生　単元「一次関数」での実践より ―

（実践者）鶴本　直丈

１　本研究テーマ設定の理由

これからの社会をよりよく生きていく能力を生徒に身に付けさせるためには，数学的活動を通して数学的な見方や考え方を育てることは重要である。数学的な見方や考え方の分類・整理はある程度研究が進められてきているが，それらを単元や授業の中でどのように身に付けさせ，どのように発揮させるかについて，指導者側が明確にしておく必要がある。

盛山隆雄（2014）は，数学的な考え方を育てるためには，「問題解決をするときに，数学的な考え方を経験させ，そのよさに触れさせること」，「数学的な考え方のよさを感得し，これからもこのような考え方をしていこうと子ども自らが自覚すること」を主張している。

数学的な見方や考え方のよさを感得し，身に付けた見方や考え方を生徒自らが適切に引き出し，発揮できるようになることは，特続可能な社会を形成していくための原動力となる。具体的には，出会った場面について疑問をもったり，解決の見通しをもとうとしたり，筋道を立てて解決しようとしたり，解決したことを他の場面で活用しようとしたり，生徒自らが自分の力で探究したり改善したりしようとする生徒を育成したいと考え，本研究テーマを設定した。

２　研究の内容及び方法

(1)　数学的な見方や考え方についてのキーワードづくり

数学的な見方や考え方を育てるための研究に，「○○の考え方」などの名称が用いられているが，本研究ではそれらを提示するのではなく，生徒の目線で表したキーワードを提示し，授業を通して意識させることで，これらの考え方を活用しようとするのではないかと考えた。そこで，今年度は先行研究や文献等を参考に，生徒自身が利用しやすいキーワードをつくった。

(2)　数学的な見方や考え方を発揮できる場の設定

数学的な見方や考え方を意識させ，その後の問題解決の際に活用させることを達成するために，以下のような工夫を行った。

○キーワードを毎時間黒板の隅に提示しておく。
○問題解決の際に提示したキーワードを参考にさせ，生徒の自力解決を手助けする。
○授業のまとめや振り返りの際に，使ったキーワードを確認することで意識化し，その後の問題解決の際に活用させる。
○学習内容の区切りごとに，身に付けた数学的な見方や考え方を使ってレポート作成に取り組ませる。

これらの考察については，事前，事後アンケートや日々の授業での観察から，キーワードを意識して学習が進められているか，数学的な見方や考え方のよさを感得しているかを分析する。また，授業観察者の意見，生徒の感想やアンケート，ワークシートを分析し，(1)，(2)で考えた手立てが効果があったかどうかについて分析する。

3　研究の実際

(1)　数学的な見方や考え方についてのキーワードづくり

生徒は数学の問題解決をする際に，どのようなことに困っているのかを明らかにするために，年度初めの授業でアンケート調査を行った。自由記述の中で多かった内容は，「習った内容なのに思い出せないとき」「公式が思い出せないとき」といった，既習事項を忘却していると思われるものと，「どうやって考えればよいのかが分からないとき」「何から手をつければよいのかが分からないとき」といった問題解決の手順に関するものとに大別された。特に，後述の困り感を解消するためには，生徒が問題解決をする際に有効な「数学的な見方や考え方」を発揮できるようにすることが大切である。

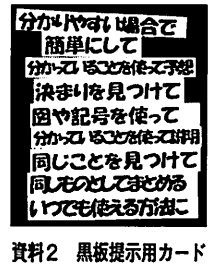
数学的な見方や考え方を育てるために，どのような「数学的な考え方」を生徒に身に付けさせたいのかを教師が意図して教材研究や教材開発を行い，授業をしていく。その結果，数学的な考え方が一層明らかになり，生徒はそのよさを感じながら，進んで学習に活用しようとする。片桐重男（1988）は問題解決の際に「必要な知識や技能に目を向けさせる原動力になるものが必要である。」とし，この原動力が数学的な考え方であると言っている。そして，数学的な考え方を「数学の方法に関係した数学的な考え方」，「数学の内容に関係した数学的な考え方」，「数学的な考え方を生み出す背景となる数学的な態度」に分け整理している。

本研究では，片桐氏の説を踏まえ，特に方法に関係したものの中でよく使われると考えられるものに絞り，さらに生徒がこれらの考え方を意識しやすいように，生徒に理解しやすい言い回しに変えて提示することにした。今年度は９のキーワードを設定した。

表１　数学の方法に関係した考え方のキーワード化

考　え　方	発　　問　　の　　例	キーワード化
①帰納的な考え方	どんな決まりがありそうですか いくつかの例で調べてみよう	**決まりを見つけて**
②類推的な考え方	分かっていることと同じようにできないですか	**分かっていることを使って予想**
③演繹的な考え方	分かっていることからどんなことがいえますか これがいえるにはどのようなことが分かればいいですか	**分かっていることを使って説明**
④統合的な考え方	似ているところ，同じところはないですか	**同じものとしてまとめる**
⑤発展的な考え方	条件を変えたらどうなりますか 違った見方はできないですか	**いつでも使える方法に**
⑥抽象化の考え方	～のこと【条件】をしぼって考えるとどうなるか どんな条件が大切ですか	**同じことを見つけて**
⑦単純化の考え方	簡単な数に置き換えてみよう 条件を簡単にしてみよう	**簡単にして**
⑧一般化の考え方	いつでもそうなっていますか いつでも言えることは何か	**いつでも使える方法に**
⑨特殊化の考え方	条件を一定にしよう 条件の特別な場合を考えよう	**分かりやすい場合で**
⑩記号化の考え方 （数量化，図形化の考え方）	図や記号，グラフに表せないだろうか	**図や記号を使って**

これらのキーワードを年度当初に生徒に説明するとともに（**資料１**），毎時間の授業で黒板に提示し（**資料２**），授業中に適宜意識させるようにした。授業中生徒とのやりとりの中で，カードを板書の途中に貼ったり，授業の最後に学習の振り返りとしてカードを貼ったりした。今回は９個のカードを使用するが，今後生徒とともに練りあっていく中で，これらのキーワードは言い回しが変わったり，追加，削除されることが考えられる。

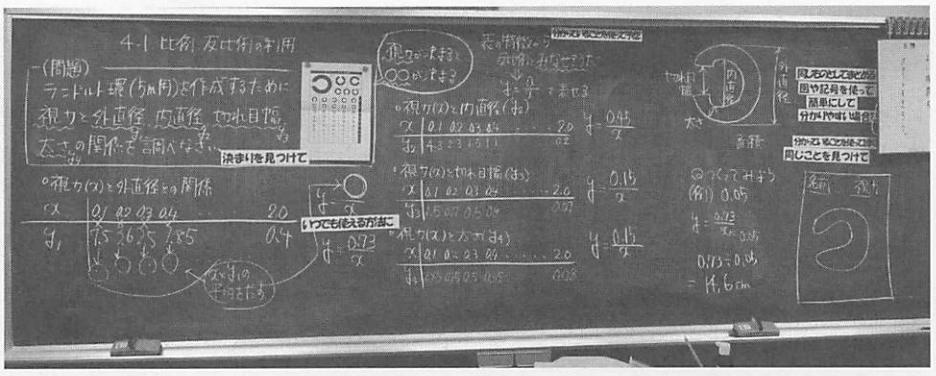


資料2　黒板提示用カード


数学的な見方や考え方を伸ばそう

「数学的な見方や考え方」を伸ばすためには，数学の問題を解決するときや問題を解決した後の振り返りで，「どんな考え方をしたか」を意識することが大切です。キーワードをまとめていますので，参考にしてください。

- 決まりを見つけて…「どんな決まりがありそうか？」
- 分かっていることを使って予想…「分かっていることと同じかどうかできるか？」
- 分かっていることを使って説明…「分かっていることからどんなことが言えるか？」「これが言えるにはどのようなことが分かれば言えるか？」
- 同じものとしてまとめる…「似ているところ，同じところがないか？」
- いつでも使える方法に…「条件を変えたらどうなるか？」「違った見方はできないか？」
- 同じことを見つけて…「一般に，「条件」もみんなで考えるとどうなるか？」「どんな条件がいるか？」
- 簡単にして…「簡単な場合に置き換えてみよう。「条件」を簡単にしてみよう。」
- いつでも使える方法に…「いつでもそうなっているか？」「いつでも言えることが何か？」
- 分かりやすい場合で…「条件を一定にしてみよう。」「条件の特別な場合を考えよう。」
- 図や記号を使って…「図や記号，グラフにあらわせないか？」



資料1　年度初めに配付した資料

資料3　カードを使用した板書

(2)　数学的な見方や考え方を発揮できる場の設定〔単元名　一次関数〕

ア　単元目標

観　点	目　　標
数学への 関心・意欲・態度	具体的な事象の中にある２つの数量の関係について調べ，それらの関係の中には，一次関数で表されるものがあることに関心をもつことができる。また，表・式・グラフなどを用いてそれらの関係を調べたり，その関係を利用して問題を解決しようとしたりする。
数学的な見方や考え方	一次関数で表される関係について，値の変化や対応を表･式･グラフを用いて調べ，その特徴を見いだしたり考えたりすることができる。また，身のまわりの事象から一次関数の関係を見いだし，その関係を利用して，問題を解決することができる。
数学的な技能	一次関数で表される関係について，その関係を表・式・グラフに表すことができる。また，身のまわりの事象の中には，一次関数の関係で表されるものがあるととらえ，表・式・グラフを用いて処理することができる。二元一次方程式を関数関係を表す式とみてグラフに表すことができる。
数量や図形などについての知識・理解	一次関数の意味やグラフの特徴を理解することができる。また，比例や反比例との違いについて説明することができる。さらに，一次関数の関係が，具体的な事象や場面でどのように用いられているかを理解することができる。

イ　単元指導計画（全17時間）

主たる 学習内容	時数	数学的な見方や考え方を育てる指導の工夫	育てたい数学的な 見方や考え方
1　一次関数とグラフ	10	○「タイルの問題」を解決する中で，何が決まれば何が決まる，といった関数の考えを想起させるとともに，表の意義について確認させる。 ○変化の割合が一定であることを考えるために，反比例との比較を行い，説明させる。 ○一次関数のグラフの特徴を帰納的に見つけ，それらの意味と式とを関連づけながら考察する。 ○表・式・グラフの相互の関連性を意識させ，それぞれのよさについて考察させる。	帰納的な考え方 関数の考え 類推的な考え方 演繹的な考え方
2　一次関数と方程式	3	○二元一次方程式を関数関係を表す式とみることで，方程式とグラフとの融合性について考察させる。 ○二元一次方程式のグラフが解の集合を表していることを根拠として，連立方程式と一次関数を統合的に捉えさせる。	統合的な考え方 発展的な考え方
3　一次関数の利用	4	○長方形の辺上を点が動く問題について，点が動いた距離と三角形の面積との関係を変域に着目して式やグラフに表す。 ○線香の燃焼実験を行い，燃焼時間と線香の長さとの関係が一次関数であると見なすことについて考察させる。 ○携帯電話の料金プランについて，通話時間による最適な料金プランについて，表・式・グラフの利点を用いながらプレゼンテーションさせる。 ○格子点を結んでできる図形の面積を効率よく求める方法について，関数の考えなどを用いて解決し，それらを一般化することでピックの定理を導く。	抽象化の考え方 単純化の考え方

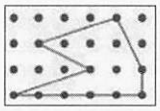
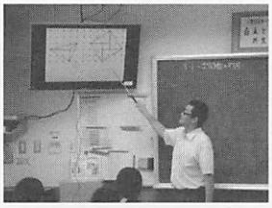
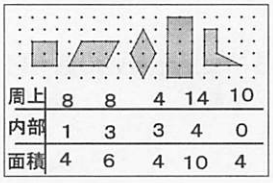
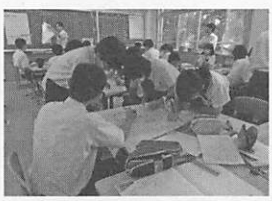
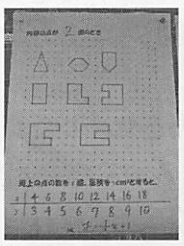
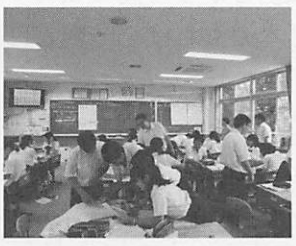
ウ　授業の実際（17 ／ 17時間）

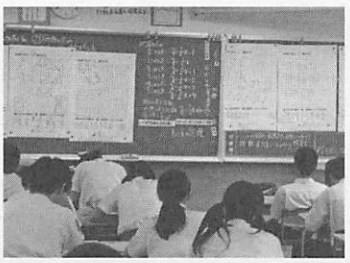
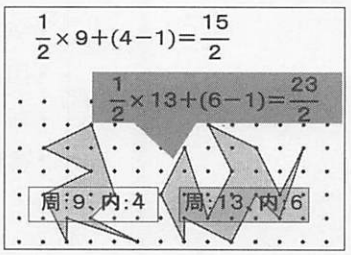
㋐　ねらい

○２つの数量の関係を表や式などを使って考察することができる。

○問題解決を通して，数学的な見方や考え方を発揮し，そのよさを振り返ることができる。

㋑　授業の様子

学習活動（形態）	○教師の働きかけ　　•生徒の主な反応
1　問題を把握する。 （一斉）	〔問題〕 格子点を結んでできる図形の面積を求める方法を考えたい。どのように解決すればいいだろうか。  •三角形や四角形に分けて考えればいい。 •全体を長方形で囲って，余分な部分を引く。 ○今回は違った方法で求める方法を考えます。点の数に注目すると？ •頂点の数　•内部の数　•周上の点の数 ○実は，周上の点，内部の点の数から面積を求めることができます。やってみよう。 •でも，どんな関係なのかが分からない。 •図が複雑で分からない。 •何を基準に考えればいいのだろうか。 •簡単な場合で考えたい。  課題を確認する  周上　8　8　4　14　10 内部　1　3　3　4　0 面積　4　6　4　10　4 どんな関係があるか考える **特殊化「簡単にして」・「わかりやすい場合で」**
2　内部の点が０個の場合を考える。 （個人）	〔課題１〕 内部の格子点が０個の場合，辺上の格子点の個数と面積の関係を調べよう。 •いくつか図をかいて，決まりを見つけよう。 •辺上の格子点をx個，面積をyとして，関係を調べてみよう。 •辺上の格子点の個数が同じならば，面積は同じになる。 •決まりを見つけるには表をかくとよい。 •xとyの関係が $y=\frac{1}{2}x-1$になる。 •辺上の点の個数からすぐに面積が分かるんだ。 •データを集め，見やすくするために表にまとめるなどして関数関係を明らかにすることができた。 **帰納的な考え方・関数の考え「決まりを見つけて」**
3　条件を広げ，新しい課題を解決する。 （個人）→（小集団）  いろいろな図形をかく	〔課題２〕 内部の点の個数を変えたとき，辺上の格子点の数と面積にはどのような関係があるかを考えよう。 ○班ごとに内部の点を変えて調べてみよう。 •班ごとに内部の点が１個，２個，３個，４個，５個と分担し，自力解決した後グループ内で関係を明らかにした。  班で使用した発表シート  小集団で関係を見いだす

	• さっきと同じように，x，yの関係を式で表してみよう。 • グループ内で協力，分担しながら，課題１と同じ手順で関係を明らかにしようとした。 **帰納的な考え方・関数の考え「決まりを見つけて」**
4　一般化する。 （全体）	○内部の点がいくつになっても面積が求められるようにしよう。 • y＝の形で表したとき，すべて傾きは同じだ。 • 切片だけが違う。 • 内部の点の個数と切片の関係はどうなっているかな。 • 内部の点の個数－１＝切片だ。 • 内部の点がいくつでも式が分かるんじゃないか。 ○内部の格子点がn個のとき，辺上の格子点の数をx個とすると，面積yはどう表されるだろうか。 • $y=\frac{1}{2}x+n-1$と表される。 **類推的な考え・一般化「分かっていることを使って予想」・「いつでも使える方法に」**  全体を見て一般化する
5　公式を用いて適用題を解く。 （個人）	○自分でいくつか図形をかき，公式が使えるか確認しよう。 • 一般化した式を活用して面積が求められることが分かった。  公式が活用できるか確認してみる
6　本時を振り返る。 （個人）	○今日うまく働いた考えはどのようなものがあっただろうか。振り返ってみよう。 • うまく働いた数学的な見方や考え方を意識して振り返り，自己評価カードを記入した。

㈠　研究協議より

○課題解決の中で，数学的な見方や考え方を意識させたり，必要に応じて発揮させたりできていた。日頃からそうしたことができている様子が伺える。

○数学的な見方や考え方のよさを生徒は感じ取ることができていた。

○班での役割分担がきちんとできており，課題解決のための協同の精神が発揮されていた。

○最後に美しい式が出た時点で，数学的な考え方のすばらしさを感じることができたのではないだろうか。

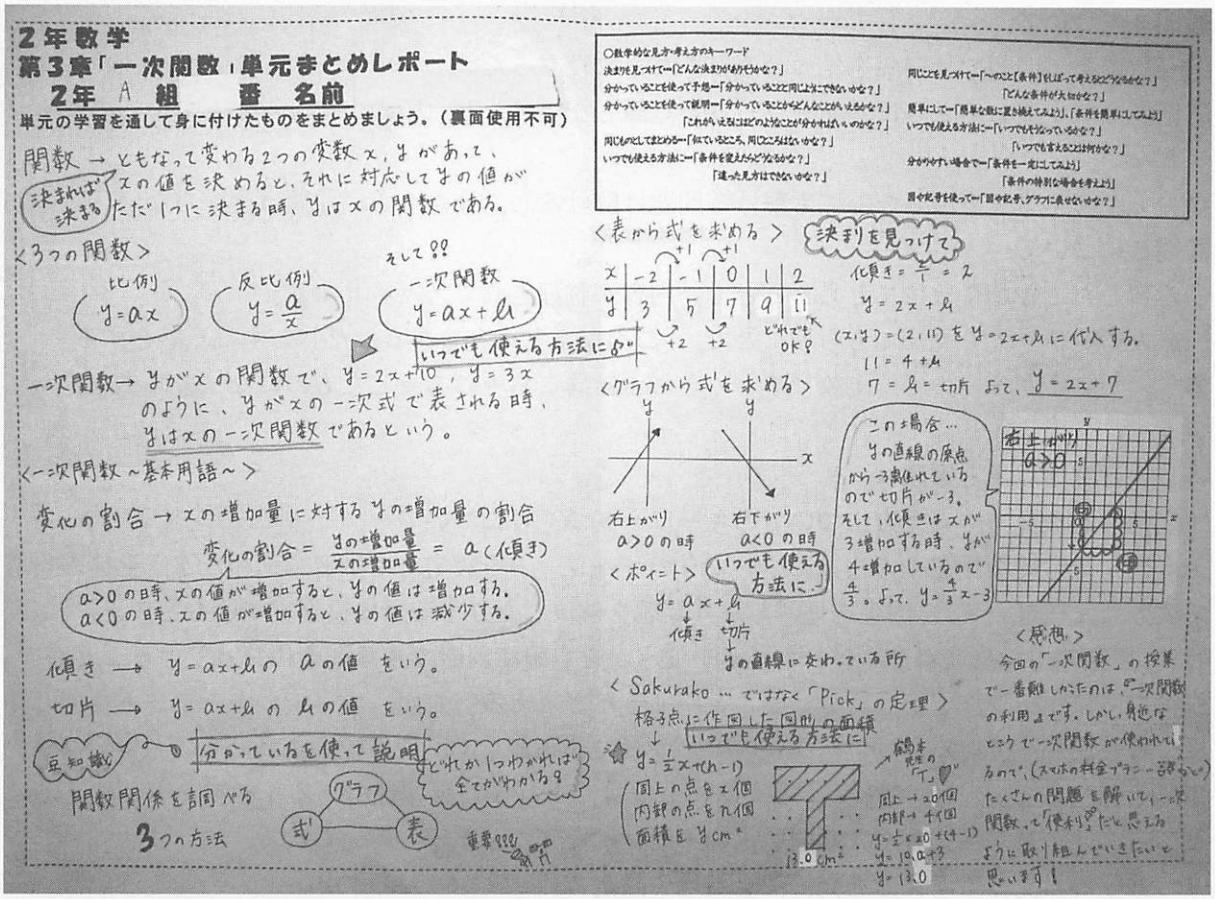
○課題解決に行き詰まる場面をうまくつくることで，その時に示したキーワードとともに数学的な考え方を示して，そのキーワードで考えたことが，生徒にとって役に立ったと感じさせることができていた。

○授業が終わったあとの板書を振り返ると，使った考え方が示されているので，問題解決後の振り返りがスムーズに行われていた。

●内容が１時間で収まりきれないことを懸念してか，少し教師側が引っ張りすぎた感じがあった。本来ならば２時間かけてじっくり考えさせてもいい内容だった。

エ　数学的な見方や考え方を意識したレポート作成

毎単元の学習後に，その単元での学習内容を振り返り，学んだ知識等を構造化するためにレポートを作成している。まとめる形式等は自由であるが，その際に，使った見方や考え方のキーワードをレポートの中に取り入れ，意識させるようにしている。



資料４　生徒が作成した単元まとめレポート

(3)　事後アンケートの結果

今年度の実践を行った後，アンケート調査（２年生40名）を行った。その結果（**資料５**）と自由記述を以下に示す。

設問１について

○授業の流れがよく分かるのと，黒板をあとで見返したときに，頭にすっきり入ってくる。

○慣れてくると，先生がカードを貼る前に，「このカードを貼るのかな？」と思い，当たったときうれしい。

設問２について

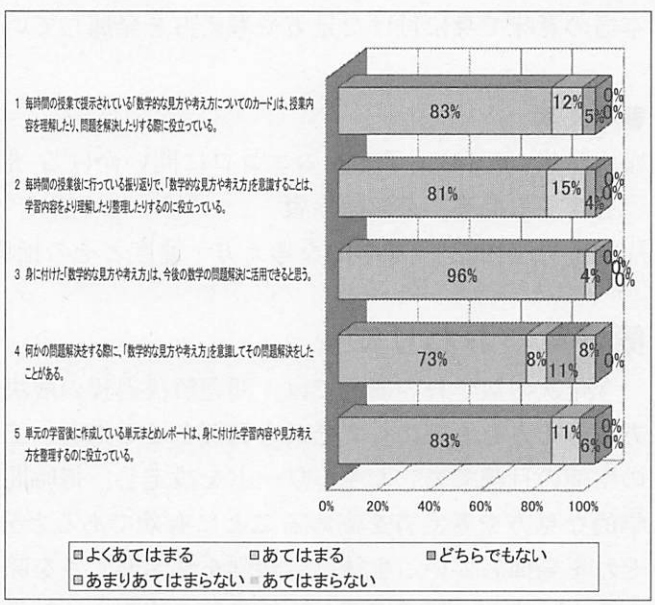
○自己評価カードを書くときに，使った考え方が意識できるのでいい。

○ひんぱんに出てくるカードがあって，よく使う考え方が見えてきた。

設問３について

○知識を使って問題を解くだけでなく，どの問題にも通じる数学の考え方というのがあるんだと思った。

○テストの時などで，もし考え方のキーワードがあると安心する。



資料５　事後アンケート結果

設問４について

○一次関数の問題で，関係を見つけるときなどに役立った。

○問題を解いているときは，キーワードを意識しないけれど，頭の中では浮かんでいるのかもしれない。

●見方や考え方を意識しなくても解ける問題は解けるし，分からない問題は分からない。

設問５について

○学習したことを１枚にまとめることで，内容が整理されてスッキリする。

○級友のレポートを見せてもらうことで，「こんなまとめ方もあるんだ」とすごく感心する。

●学んだことが多いので，１枚にまとめきれず結局ごちゃごちゃしたものになってしまう。

４　本研究の成果と課題

(1)　数学的な見方や考え方についてのキーワードづくりについて

今回，数学的な見方や考え方について９のキーワードを設定して学習を進めたが，生徒の目線で表したキーワードは，内容を理解したり問題を解決したりする際に役立っていると考えられる。特に，授業の中で生徒自身がどのカードを使うかを自分で判断できるようになっていることから，生徒たちにキーワードを意識させることができたと言える。ただ，すべてのキーワードを同じ頻度で毎時間使っているわけではないので，今後の課題として，使用頻度が高いもの，例えば「決まりを見つけて」「いつでも使える方法に」等は，もう少し具体性のあるキーワードに変えることで，より理解が深まったり問題解決の手助けになったりすると考えられる。

(2)　数学的な見方や考え方を発揮できる場の設定

普段の授業で，できる限りキーワードを提示しながら進めてきたが，授業で使用しているキーワードを単元まとめレポートの中に取り入れることで，身に付けた見方や考え方が整理され，今後の問題解決に生かせるという見通しが立っているようである。また，見方や考え方のよさを実感している者も多い。今後の課題として，評価問題を開発し，身に付けた数学的な見方や考え方を発揮している姿を具体的に見取ることができるように研究していく必要がある。そのことが，本当の意味で身に付けた見方や考え方を発揮している姿といえるであろう。

参考文献

盛山隆雄（2014）「子どものココロに問いかける 帰納・演繹・類推の考え方『数学的な考え方』を育てる授業」東洋館出版

片桐重男（1988）「数学的な考え方・態度とその指導１数学的な考え方の具体化」明治図書

第３章　おわりに

今年次の数学科の研究では，問題解決過程の解決の見通しを立てる段階で高めたい数学的な見方や考え方を明確にしてそれを発揮させる指導の工夫をしたり，数学的な見方や考え方についての生徒の目線で表したキーワードを設定し，毎時間の授業で日常的に活用したりすることが，数学的な見方や考え方を高めることに有効であると分かった。数学的な見方や考え方を身に付け，それを発揮している生徒は，数学を学ぶ楽しさを味わい，問題解決に粘り強く取り組んでいくであろう。また，研究実践した授業後の感想に「数学は他の人の意見をきき，自分に取り入れることが大事だと思った。」とあった。数学の学習を通して，自分も他者も共に伸びていくことができつつあるのだと思われる。今後は，数学的な見方や考え方を発揮することができる協同の学びの場をこれまで以上に積極的につくっていくことや，今年次，試みた数学的な見方や考え方の評価問題の開発を，様々な領域や単元において具体的に進めていく必要があると考えている。