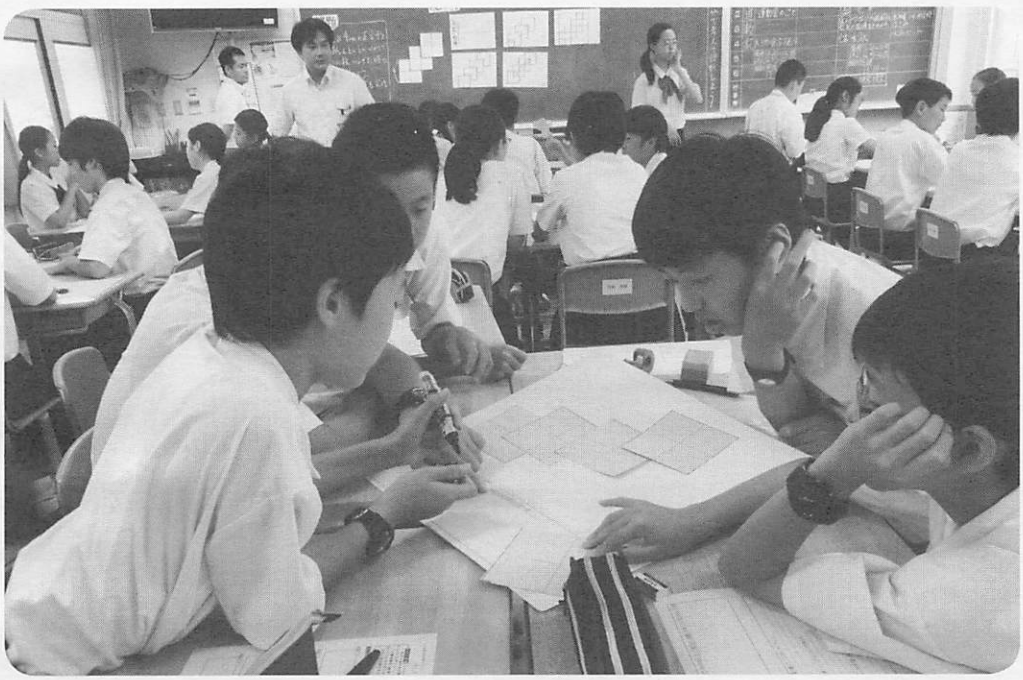
数学科

教科領域研究テーマ
【数学的な見方や考え方を高める学びの創造】



数学科

数学的な見方や考え方を高める学びの創造

実　践　者　赤松　結美，宇都宮憲二，山本　泰久
愛媛大学研究パートナー　河村　泰之

第１章　はじめに

本校数学科では，これまでの２年間，「数学的な見方や考え方を高める学びの創造」を研究テーマに掲げ，研究を進めてきた。これは，本校数学科で積極的に取り組んでいる問題解決的な学習を通して，育てられる子どもの姿を考えたときに，最も重点を置いて研究する必要があったのが，数学的な見方や考え方の指導だったからである。そして，その指導の重要性は，今年次も同様である。数学的な見方や考え方については，問題解決に必要な知識や技能を導き出す力であり，それらを活用するための原動力であると捉え，２年間研究してきた。また，数学的な見方や考え方を高めるとは，生徒一人一人に数学的な見方や考え方を学ばせ，学んだ数学的な見方や考え方を発揮させていくことだと考えて，有効な指導の在り方を探ってきた。

学習課題の設定を工夫し，学習課題を解決するために発揮した数学的な見方や考え方を意識させ，そのよさを実感させるなどの効果的な指導が実践できた結果，**表１**のような持続可能な社会を形成するために必要な「自立」や「共生」の力が育ってきている。今後もさらに育てていきたいと考えている。

表１　数学科で育てたい「自立」や「共生」の力

「自立」の力	・広い視野でものごとを客観的に判断したり問題を自力解決したりする力 ・課題解決にむけ，自ら考え，見通しをもって解決する力 ・解決の過程や結果を振り返って修正，改善する力　・問題の本質を見抜く力
「共生」の力	・多様な価値観を認める力　・自分の気持ちや考えを表現する力

そこで，今年次の研究テーマも「数学的な見方や考え方を高める学びの創造」と設定し，これまでの研究の成果と課題を踏まえて研究を行う。特に，数学的な見方や考え方を学ばせ，発揮させるための指導の工夫として，「きょうどう（協同）」の精神や「きょうどう（協働）」の精神を発揮させる場をつくる。数学科の３名が，それぞれどのように「きょうどう」の精神を発揮する学びを構成したのかを表２に示す。問題解決的な学習における学習過程は，①問題把握・形成の段階，②見通しを立てる段階，③解決の実行の段階，④検討（発表・練り上げ）の段階，⑤発展（まとめ･発展）の段階の五つに分けて考えている。

表２　数学科３名の研究と「きょうどう」の精神を発揮する学び

	研　究　テ　ー　マ	きょうどう	学習過程の段階	「きょうどう」の精神を発揮させる工夫	学年	単元名
研　究 その１	「できた」と実感させ，数学的な見方や考え方を高める指導の工夫 ― 解決の見通しを伝え合う活動を通して ―	協同 協働	・見通しを立てる	・適切な学習課題 ・学習形態の工夫 ・解決の自信度	3	三平方の定理
研　究 その２	練り合いの場を通して， 生徒の数学的な見方や考え方を 高める指導の工夫	協同	・解決の実行 ・検討	・練り合いの型利用 ・小集団構成の工夫 ・学習課題の工夫	1	文字の式
研　究 その３	数学的な見方や考え方を活かして 問題を解決していこうとする生徒の育成 ― 数学的な見方や考え方のよさを実感させる指導を通して ―	協同	・解決の実行 ・検討	・学習課題の工夫 ・小集団構成の工夫 ・コミュニケーションボード ・ワークシートの利用	1	正の数･負の数 文字の式 方程式

第２章　研究の実際

研究（その１）

「できた」と実感させ，数学的な見方や考え方を高める指導の工夫

― 解決の見通しを伝え合う活動を通して ―

（実践者）赤松　結美

１　研究テーマ設定の理由

本校の生徒は，数学的な知識や技能の基本的なものをしっかり身に付けている者が多く，一度解決したことのある問題では，容易に自力解決をしていく。しかし，既習の学習内容を総合的に活用する必要があったり，解決までにいくつもの段階を踏んで考えなければならなかったりすると，何から考えていけばよいのか分からず立ち往生したり，初めから解決をあきらめたりする姿も見られる。生徒の数学的な見方や考え方を高めることは，この行き詰まりを打破し，解決できるまで粘り強く追究していくことができる生徒を育てていくことにつながると考えている。

今年次も，昨年次に引き続き，数学的な見方や考え方を高めるための指導を解決の見通しを立てる段階で工夫する。そして,「すべての生徒が伸びる」ことを目指して研究を進めたいと考えた。特に，解決の見通しを伝え合う活動を意図的に設定し，その活動を「きょうどう（協同)」の精神や「きょうどう（協働)」の精神を発揮する学びと捉え，工夫して指導していくことが，自立と共生の力を育て，自らを活かす生徒を育成することにつなげられると考えた。問題解決の過程で発揮する数学的な見方や考え方を意識させ，その見通しのもと，問題解決が自分の力で「できた」と感じさせることができれば，生徒は数学的な見方や考え方のよさを強く実感し，別の数学の問題に対しても数学的な見方や考え方を発揮して，粘り強く解決に向けて取り組んでいこうとするだろう。数学的な見方や考え方を発揮することで問題解決が「できた」と実感することを繰り返していくことによって，生徒は満足感や達成感とともに，自己肯定感や自己有能感をもつようになるだろう。

そこで，解決の見通しを伝え合う活動を通して,「できた」と実感させる指導を工夫し，生徒の数学的な見方や考え方を高めたいと考え，本研究テーマを設定した。

２　研究の内容及び方法

本研究では，問題解決的な学習における解決の見通しを立てる段階で，多様な考えを伝え合い，一人一人の生徒が，解決に向けての具体的な見通しや新しい見通しをもち，自力での問題解決ができるようにさせたい。それを前提として，発揮させたい数学的な見方や考え方の明確化，適切な学習課題の設定，解決の見通しが自力解決につながるような授業展開の三点について，指導を工夫して授業実践を行う。特に，設定した学習課題を用いて，解決の見通しを伝え合う活動を「きょうどう（協同）（協働）」の精神を発揮する場として設定していく。そして，それらの指導の工夫が，「できた」と実感させたり，数学的な見方や考え方を高めたりするのに有効であったかを検証する。

検証の方法は，実践した授業における生徒の反応の観察，ワークシートの自己評価の結果分析，授業参観者の意見収集，授業後のアンケートによる生徒の意識調査によって行う。

3　研究の実際

(1)　発揮させたい数学的な見方や考え方の明確化

問題解決的な学習において，解決の見通しを立てる段階で発揮させたい数学的な見方や考え方として，演繹的な考え方を取り上げることにした。演繹的な考え方には，総合的な考え方（解決の見通しを立てるときに，分かっていることから導けることは何かと考えること）と，解析的な考え方（問題を解決するためには何が分からなければならないかと考えること）の二つの考え方があるが，その両方の考え方を意識するように，次のような工夫をした。

○解決の見通しを伝え合う活動をする授業の前時に，別の学習課題で演繹的な考え方を用いる経験をさせた。そして，授業後の自己評価で，解決の見通しを立てるときに総合的な考え方や解析的な考え方を用いたか振り返らせた。

○解決の見通しを立てさせるときに，演繹的な考え方を促す問いや言葉として，「何を，どのように求めるか？」「分かること・分かるとよいこと・疑問・解決のためのアイデア」などが書いてあるワークシートを用いた。

上記の数学的な見方や考え方の捉えは，片桐重夫氏の「数学的な考え方」の捉えを基にしている。

(2)　適切な学習課題の設定の工夫

解決の見通しを伝え合う活動で「きょうどう（協同）」や「きょうどう（協働）」の精神を発揮できる場とするために，多様な考えが出てくると期待できる次の三つの条件に合った学習課題を設定した。**（資料１）**

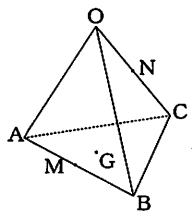
○解決するために，既習の学習内容を総合的に活用する必要がある学習課題

○解決までにいくつもの段階を踏んで考えなければならない学習課題

○身近な生活の中の事象にかかわり，生徒が興味関心を持つ学習課題

（問題）

１辺の長さが10cmの正四面体ＯＡＢＣがある。辺ＡＢ，ＯＣの中点をそれぞれ，Ｍ，Ｎ，面ＡＢＣの重心をＧとする。この正四面体を袋に入れるとき，次のア～ウのうち，袋の口が最も小さくてすむのはどれか。



ア 矢印ＯＧの向きに入れる。イ 矢印ＯＣの向きに入れる。ウ 矢印ＮＭの向きに入れる。

（学習課題）

正四面体ＯＡＢＣが，ア～ウのそれぞれの向きで入る袋の口の大きさを求め，その大きさを比べよう。

資料１　設定した学習課題

(3)　解決の見通しが自力解決につながる授業展開の工夫

解決の見通しが自力解決につながるように，次のような授業展開の工夫を行った。その際，「きょうどう（協同）」と「きょうどう（協働）」の精神を発揮できるような工夫をした。

【工夫１】解決の見通しを立てる段階で，学習形態を，一斉から個人，個人から小集団へと変えて，伝え合う活動の充実を図った。また，全体での発表にＩＣＴを活用し，伝え合う活動の時間を増やせるようにした。

【工夫２】解決への見通しがうまく立てられているか生徒自身が意識でき，学習意欲が持続するように，学習課題の解決について，どれくらい自信があるか自己評価させた。その評価を解決の自信度と名付け，５段階（５：大変自信がある，４：少し自信がある，３：どちらとも言えない，２：あまり自信がない，１：全く自信がない）で記録させた。また，解決の自信度はその変容が

分かるように，①学習課題を把握した直後，②解決の見通しを個人で立てた後，③班で解決の見通しを伝え合った後，④解決した結果を振り返ったときの合計４回記録させた。
【工夫３】班で解決の見通しを伝え合う活動をするとき，「きょうどう（協働）」の精神を発揮させるために，解決の自信度が低い順に伝えさせた。解決の自信度が高い生徒ほど，先に伝えた班員の考えを考慮して伝えるように指示をした。

(4) 授業の実際（1.5時間扱い）

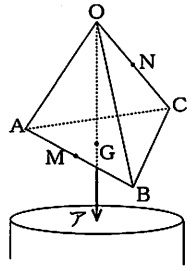
単元「三平方の定理」の学習を終えた後に，「いろいろな見方で図形の性質を解明しよう」という課題学習を行った。１時間扱いで計画したが，実際には1.5時間かけた。

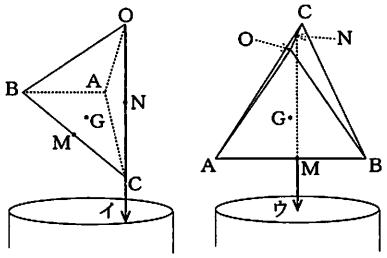
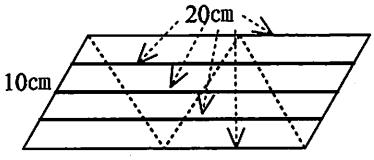
ア　主　題　「いろいろな見方で図形の性質を解明しよう」

イ　ねらい

○図形に関する既習の知識や技能を活用し，正四面体についての学習課題を見通しをもって解決することができる。

ウ　授業の様子

学習活動（形態）	○教師の働きかけ　・生徒の主な反応
1　問題を把握し，本時の学習課題を設定する。 **【協同】【協働】** （一斉）	**○生徒の多様な考えが解決に活かされるように，解決には既習の学習内容を総合的に活用する必要があり，解決までにいくつもの段階を踏んで考えなければならない学習課題を設定した。【協同】【協働】** ○ワークシートを配付した。
（問題）１辺の長さが10cmの正四面体ＯＡＢＣがある。辺ＡＢ，ＯＣの中点をそれぞれ，Ｍ，Ｎ，面ＡＢＣの重心をＧとする。この正四面体を袋に入れるとき，次のア～ウのうち，袋の口が最も小さくてすむのはどれか。 ア　矢印ＯＧの向きに入れる。イ　矢印ＯＣの向きに入れる。ウ　矢印ＮＭの向きに入れる。	
2　解決の自信度①を記入する。 （個人）	○問題を提示した後，解決の自信度①を５段階で記入させた。 ・解決の自信度①の平均値＝2.3（38名）（詳しくは表２） ○袋に実際に入れないで答えを求めるために，正四面体が入る袋の口の大きさを求め，比べることにして，学習課題を設定した。
（学習課題）正四面体ＯＡＢＣが，ア～ウのそれぞれの向きで入る袋の口の大きさを求め，その大きさを比べよう。	
3　学習課題の解決の見通しを立てる。 **【協同】** （一斉） ↓ （個人）	**○班で解決の見通しを伝え合うときに，一人一人が伝える内容をしっかり持てた状態にするために，アの場合について，何をどのように調べればよいか考えさせ，イ，ウの場合の解決の見通しを立てるときのヒントとした。【協同】** ・正四面体を真上から見て，その面積を比べるとよいのではないかという考えを述べる生徒がいた。 ○真上から見た図（投影図の平面図）を考える着想のよさをおさえるとともに，面積ではなくその図形の周りの長さを調べればよいと気付かせた。また，平面図を切断面の図形だと考えるとよいことを説明した。 ○正四面体のフレーム模型や展開図，投影図をかいたワークシートを配付し　解決の見通しについて，アの場合を参考にして個人で考えさせた。 

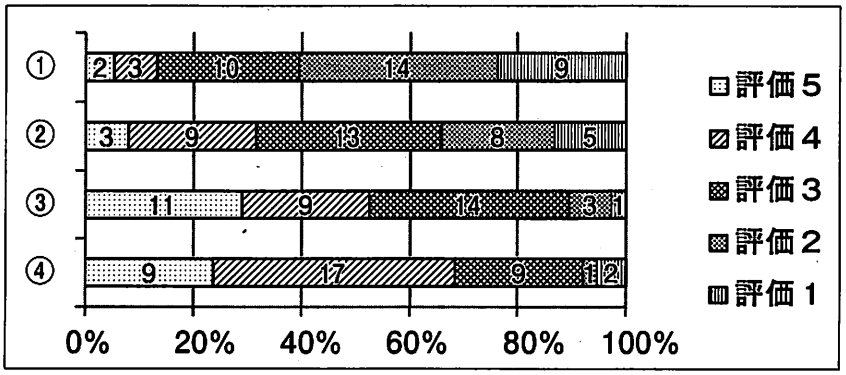
4　解決の自信度②を記入する。（個人）	○解決の自信度②を記入させた。 ・解決の自信度②の平均値＝2.9（38名）
5　班で話し合い，解決の見通しを立てる。 **【協同】【協働】** （小集団）	**○自他の多様な考えを活かし，学習課題の解決につなげるために，班で自他の考えを伝え合い，比較・検討させることで，よりよい見通しを立てさせた。【協同】**  **○班員一人一人が自力解決を目指した解決の見通しにするために，解決の自信度②が低い順に自分の考えを伝えるようにして，後から伝える生徒が，相手の状況に合わせた伝え方ができるようにした。【協働】** ・イの解決には，三平方の定理を用いることや見取り図に断面図をかき込むと分かりやすいことなどを説明していた。 ・一つの模型を一人の班員がいろいろな方向から見せたり，切断面を表す輪ゴムの意味を話し合って明確にしようとしたりしていた。 ○机間指導を行いながら，各班の話合いで出てきている解決の見通しのキーワード（「三平方の定理を使う」や「最大の切り口」など）を板書してヒントとした。
6　解決の自信度③を記入する。（個人）	○解決の自信度③を記入させた。 ・解決の自信度③の平均値＝3.7（38名）
7　学習課題を追究する。 （個人・小集団） ↓ （全体）	○「班で立てた解決の見通しをもとに，イとウの場合の袋の口の大きさを各自で求めよう。」と指示した。しかし，班での話合い，教え合いが継続されているところが多く，そのまま学習課題の解決に取り組ませた。 ・イは△ＡＢＮが最大の切り口だから，その周りの長さを求めると $10+10\sqrt{3}$（cm） ・ウはどの切り口も同じ長さになる。よって20cm ○イの場合，ウの場合について，それぞれ班を指名し，求め方と袋の口の大きさを発表させた。ワークシートにかき込んでいる図や説明をタブレット端末でディスプレイに映しながら説明させた。
8　問題の解答を実物で確かめる。（小集団）	○初めの問題の解答（ウの向きに入れるときが袋の口は一番小さくてすむ）を実物で，実際に正四面体を袋に入れて確かめる。 ・実際に正四面体が袋の中に少しずつ入っていくと「えー。」「うわぁー」という驚きの声が上がった。
（ここからは，次時に行った授業）	
9　学習課題の解決方法と結果を確認する。（全体）	○ウの切り口の周りの長さはどこでも等しく，20cmとなることがよく分からない生徒が多かったので，別の班の生徒に説明させた。 ・展開図に切り口をかき込むことで，平行四辺形の性質や中点連結定理などを根拠に20cmとなることを説明した。 
10　本時（1.5時間）の学習を振り返る。（個人）	○自己評価票で，解決の見通しを立てるときに演繹的な考え方を用いたかどうか，また，学習課題が解決できたときに，どのような見方や考え方がよかったかなどを想起させた。 ○学習課題の類題を解決する自信の度合い(解決の自信度④)を書かせた。 ・解決の自信度④の平均値＝3.8（38名）

(5) 検証および考察

ア　実践授業での生徒の反応

授業での解決の自信度のクラス全体の変容は，**表3**にあるように①学習課題を把握した直後，②解決の見通しを個人で立てた後，③班で解決の見通しを伝え合った後，④解決した結果を振り返ったときと，後になるほど評価が高くなっている。また，解決の自信度の学級の平均値を求めると，①は2.3，②は2.6，③は3.7，④は3.8となっていて，問題解決ができるという意識が学級全体としても，本授業を通して高まっている。

表3　解決の自信度の変容



一人一人が書いた解決の自信度①～④を見ると，38人中31人の生徒の自信度は，授業前半の①，②のときよりも，後半の③，④の方が解決の自信度が高くなっている。解決の自信度が上がった理由として，生徒は，**資料2**にあるように回答している。

〈自分に関係すること〉	〈班員や級友に関すること〉
• 配付された立体をいろいろな角度で見たから。 • 「中点連結定理」という今までに習ったことを使って分からなかったウを理解することができた。 • 袋の口の大きさの意味に気付くことができた。 • 班の意見を聞いてしっかり考えることができた。 • 図などをかいて求められた。 • 考え方の幅が広がった。 • 違う角度から見ることによって，新しいアイデアを思いついたから。 • 解けなかった問題もよく考えた。 • 問題の意味が分かったから。 • 解き方が分かった。 • 様々な考え方ができるようになったから。 • だんだん分かってきたから。	• 様々な考えが聞けたから。 • 班の人の考えが自分にない考え方だったから。 • いろんな見方ができて考えが深まった。 • 人の考え方と自分の考え方の違いで相手の考え方も深められたから。 • 他の班員の意見を聞くことで，自分の考えに自信がついた。 • 自分の考えが不安だったが，班の人が付け足してくれて自信がわいた。 • 話し合うことで理解（考え）が深まった。 • 考えを共有できた。 • 分からない班員に教えていたときに言ってくれた一言で新たなアイデアを出せた。 • 友達に教えることができた。 • 自分が気付かなかった考え方を教えてくれた。 • 丁寧に教えてくれたから。 • 班の人が分かるまで，ヒントを教えてくれた。 • 友達に教えてもらい，自分の理解が深まった。

資料2　解決の自信度が上がった理由

資料2の下線部（＝＝＝）は，数学的な見方や考え方を発揮されていると考えられるもので，下線部（――）は，自分は発揮できなかったが，他者が発揮している数学的な見方や考え方は知ることができていると考えられるものである。班員や級友に関することの中には「班の人の考えが自分にない考え方だったから。」「自分の考えが不安だったが，班の人が付け足してくれて自信がわいた。」「分からない班員に教えていたときに言ってくれた一言で新たなアイディアを出せた。」

など，班や学級において，それぞれの役割を果たす中で，すべての生徒が自力解決をするという共通の目標に向けて活動できていることが見てとれる。これは，「きょうどう（協働）」の精神が発揮できた状況だと考えられる。

イ　実践授業後の自己評価及びアンケート調査の結果

授業実践後に，実践授業を振り返って行わせた自己評価及びアンケート調査では，数学的な見方や考え方に関する項目（(1)，(2)，(3)），研究テーマに関する項目関する項目（(4)，(5)，(6)）について，次の**表４**のような結果となった。

表４　授業後のアンケート調査の結果(対象：３年生38名)

評価項目	5：よくあてはまる	4：あてはまる	3：どちらでもない	2：あまりあてはまらない	1：全くあてはまらない
(1)解決の見通しを立てるときに，分かっていることから導けることは何かと考えた。	21人 (55.3%)	13人 (34.2%)	4人 (10.5%)	0人 (0%)	0人 (0%)
(2)解決の見通しを立てるときに，問題を解決するためには何が分からなければいけないかと考えた。	23人 (60.5%)	13人 (34.2%)	0人 (0%)	2人 (5.3%)	0人 (0%)
(3)正四面体の問題をいろいろな見方で考えることができた。	20人 (52.6%)	13人 (34.2%)	3人 (7.9%)	2人 (5.3%)	0人 (0%)
(4)班での学習で，班員の考えを聞いて自分の考えが深まった。	35人 (92.1%)	3人 (7.9%)	0人 (0%)	0人 (0%)	0人 (0%)
(5)班での学習で，自分の考えを班員にしっかり話せた。	24人 (63.2%)	9人 (23.7%)	4人 (10.5%)	1人 (2.6%)	0人 (0%)
(6)今日の授業で「できた」と思うことがあった。	20人 (52.5%)	12人 (31.6%)	2人 (5.3%)	2人 (5.3%)	2人 (5.3%)

表４より，解決の見通しを立てるときに，分かっていることから導けることは何かと考えた生徒が学級の約90%，問題を解決するためには何が分からなければいけないかと考えた生徒が学級の約95%となっている。発揮させたいと考えていた演繹的な考え方をほとんどの生徒が発揮して，解決の見通しを立てていたことが分かる。また，班で見通しを再検討するときの話合いにもほとんどの生徒が肯定的に活動していることが分かる。

ウ　実践授業後の自由記述による感想の内容

授業後の感想では，「できた」と実感していると思われる記述が多くあった。以下にその一部を紹介する。それぞれの記述からは，習熟度が下位の生徒も自力解決をあきらめず，習熟度が中位，上位の生徒は，多くのことを「できた」と実感していることが読み取れる。実践授業での取組によって，習熟度の程度に関係なく，ほとんどの生徒が「できた」と実感したと考えられる。

【習熟度が下位の生徒】

- 僕は，今回の授業でたくさん分からないことがありました。その時，班のできる人たちが教えてくれました。班で話し合ったりする時間をつくるのはいいことだと思った。
- みんなと知恵をふくらませて楽しみながら行えました。自信はなかったけれど，考えて想像を豊かにしていくことで解けたときうれしかったです。

【習熟度が中位の生徒】

- 最初，問題を見た瞬間は，わけが分からないと思っても，自分で時間をかけて考えたり，班の人の話をきくと「おぉ！」と納得して，自分でやり方を見つけて答えを出すことができたので，

とても「できた」という達成感がありました。
- ア，イは自力で解くことができ，イができた時は自分でも「へぇー」と思えた。ウは展開するという発想がなかったのでとまどったけど班の皆が教えてくれて理解が深まった。とても楽しく取り組めた授業でした。

【習熟度の上位の生徒】
- 自分で答えを出した後でも班員や友達の意見を聞くことで，今まで自分が考えていなかったような解き方も見つけることができました。
- 自分が「できた」と思っていたことを班員に発表することで，自分が納得したり，相手を納得させることができたり，様々な面において，学びが深まったと思います。また，自分が間違っていたことを素直に認めることができ，また，その合っていた人が丁寧に説明することができ，とてもいい授業でした。

エ　実践授業の観察者からの意見

実践授業を参観した中学校数学科教員や高等学校数学科教員，大学の数学教員からは，「興味深い教材だった。」「教材がおもしろく，自分の引き出しも増えた。」「題材が面白く，生徒だけでなくおそらく参観している先生方も考える題材でよかった。」「多面体を扱い，空間内でのいろいろな断面を考えることで，数学的な考え方を培う一助になっていると感じた。」などの学習課題に対して肯定的な意見が多く出ていた。しかし，一方で，「非常に興味のある教材ではあったが，中学生には少し難しかったように感じた。」や「１時間で解決するには厳しい内容であった。生徒が考える時間の確保が課題である。」と問題点を指摘する意見もあった。

４　本研究の成果と課題

本研究では，問題解決的な学習における解決の見通しを立てる段階で，多様な考えを伝え合い，一人一人の生徒が，解決に向けての具体的な見通しや新しい見通しをもち，自力での問題解決ができるようになることを目指して，発揮させたい数学的な見方や考え方を明確にすること，適切な学習課題を設定すること，解決の見通しが自力解決につながるような授業展開を工夫することを実践し，その工夫が，「できた」と実感させ，数学的な見方や考え方を高めるのに有効であった。特に，解決の見通しを伝え合うときに，「きょうどう（協働）」の精神を発揮させるための工夫をしたことが，自尊感情を高め，習熟度の下位の生徒も上位の生徒もそれぞれが数学的な見方や考え方を学ぶ機会をもつことにつながった。それは，今年次に本校の研究主題の「すべての生徒が伸びる」学びを創っていく一歩を踏み出せたのではと考える。

今後は，「できた」と実感する問題解決の成功体験をさらに増やし，解決過程で発揮した数学的な見方や考え方のよさをすべての生徒に味わわせるような指導の工夫について，「きょうどう（協働）」の精神を発揮させるという視点で，さらに研究を進めていきたい。

参考文献

片桐重男（1988）「数学的な考え方･態度とその指導１ 数学的な考え方の具体化」明治図書

研究（その2）

練り合いの場を通して，生徒の数学的な見方や考え方を高める学習指導の工夫

（実践者）宇都宮憲二

1　研究テーマ設定の理由

生徒の数学的な見方や考え方を高めるためには，生徒が主体的に取り組むための授業づくりが大切であると考える。生徒の主体的な問題解決のためには，生徒の問題解決への意欲を高めることが必要となり，そのために題材を工夫したり，生徒同士がお互いの考えを伝え合い，練り合う場を設定したりして，数学のおもしろさやよさを実感させることが必要であると考えた。また，同じ教室で学ぶ仲間との関わりの中で，「きょうどう」を意識した授業展開の工夫も探っていきたい。生徒達が学習を通して見付つけた発見やひらめきを，自分たちの中で練り上げ，共感し合い，共有し合っていくような授業づくりを行っていきたい。

これまでの自分自身の反省として，授業の中で「計算問題が早く，正確にできる」「グラフがしっかりかける」などの基礎的・基本的な内容の定着を重視するあまり，数学的活動の楽しさや数学のよさを実感させる指導が十分でなかった。また，学習活動の中で，生徒が自分の言葉を使って考えを表現できなかったり，友達や教師に説明したりすることがうまくできないなどの課題があった。さらに，まとめの場面では，生徒どうしが考えを比較・検討する練り合いの場面を十分設定できなかった。そこで，本研究では，生徒が主体的に取り組めるような問題づくりや，練り合いの場面を取り入れた指導の在り方を探りたいと考えた。

持続可能な社会を形成するために必要な「自立」の力である，広い視野で客観的に判断する力や解決の過程や結果を振り返って修正・改善する力，また，「共生」の力である，多様な価値観を認める力は，仲間との練り合いの場の中において次第に身に付くものだと考える。授業の中で練り合いの場を設定することで，生徒が意欲的に問題解決の見通しを持ち，さらに生徒どうしの考えを比較し，検討することで，新たな見方や考え方に気付き，それが数学的な見方や考え方につながると考え，本研究テーマを設定した。

2　研究の内容及び方法

(1)　練り合いの場を充実させるための先行研究の検証

(2)　生徒に数学的な見方や考え方を発揮させたり，そのよさを実感させたりする学習課題の工夫

3　研究の実際

(1)　練り合いの場を充実させるための先行研究の検証

生徒が集団解決で一層主体的に取り組むためには，これまで示してきた教師の指導の他に，生徒自身が集団解決のよさを実感する指導が必要だと考える。生徒が集団解決のよさを実感していればこそ，「自分の考えを伝えたい」「他者の考えを聞いてみたい」「一緒に考えたい」という思いが強くなり，一層主体的に集団解決に取り組むことができる。宮城県教育研修センター学力向上研究グループで出された「授業改善2006授業デザイン活用ガイド」では，練り合いの場において，考え方のまとめ方を尊重型，順位型，集約型，分類型の４つに分類している。また，学習活動の中で，どの練り合い型を取り入れるかの判断基準として「毎時間の学習目標に基づく」としている。つまり，「考えのまとめ方」とは学習目標で決まるとしている。この練り合いの型とそのまとめ方，発問等の支援の要素を**表１**にまとめた。

表１　練り合いの型とそのまとめ方

練り合いの４つの型		まとめ方に適する学習目標	発問等の支援の要素
尊重型	それぞれの考えをまとめず，さらに深める。独自性に気付き，さらに深める。	数学的な見方や考え方の**独自性（特徴）**に気付き，さらに深める学習目標	• それぞれの考えの特徴に着目させる発問 • それぞれの考えへの理解を深めさせる発問
順位型	それぞれの考えのうち，最も有効な考えを選び出す。考え方の有効性に気付く。	計算の手順，技能や表現，さらに考え方の**有効性**に気付く学習目標	• それぞれの考えの相違点に着目させる発問 • 有効性からそれぞれの考えを順位付けさせる発問
集約型	それぞれの方法や考え方を共通する一つの考えにまとめ，理解する。	それぞれの考え方の**共通性**から，方法や考え方を一つにまとめ，理解する学習目標	• それぞれの考えの共通性に着目させる発問 • まとめつつある考えが課題解決に適しているか考えさせる発問
分類型	それぞれの考えをいくつかのグループに分類する。それらの関連性を理解する。	それぞれの考えを分類し，それらの**関連性**を理解する学習目標	• それぞれの考えを分類する視点に着目させる発問 • 他の考えでも学習課題を解決できるか考えさせる発問

(2)　生徒に数学的な見方や考え方を発揮させたり，そのよさを実感させたりする学習課題の工夫

ア　学習目標に照らし合わせた練り合いの型

集団解決を行う上で，教師は，生徒からあらかじめ出される考えを予想するだけでは，練り合いは深まらない。学習目標と照らし合わせて，どのようなまとめ方や発問等の支援が適しているか検討しなければならない。このことから授業計画の段階で一つ一つの考えをどのようにまとめるか見通しを持つこと（**表２**），学習目標から練り合いの考えのまとめ方を判断することが大切だと考える。

表２　学習目標に照らし合わせた練り合いの型（１年生　文字の式）

学習内容・題材	◇学習目標	練り合いの型
3　文字の式の計算 • 文字式の加法，減法 • 文字式と数の乗法除法 • 関係を表す式	◇文字式の計算に意欲的に取り組もうとする。 ◇文字式の計算の方法を導いたり，等式・不等式がどのような数量を表しているかを読み取ったりすることができる。 ◇一次式の加減や一次式と数の乗除の計算や数量の関係を等式・不等式に表すことができる。 ◇文字式の計算の仕方を理解している。 →**練り合い**：１つの課題からいろいろな等式を作る。	尊重型 様々な等式の意味を考え，そのよさを味わう。

4　課題学習 ①つなげた画用紙の面積を求めよう。 ②数当てマジックにチャレンジ！	◇文字を用いることのよさに気付き，文字式の有用性を実感する。 →**練り合い**：いろいろな考え方を使って面積を求める。 →**練り合い**：個人で作った問題のよいところを生かして班で「数当てマジックの問題」を作成する。	分類型 それぞれの式の関連性を考える。 集約型 問題作りを検討する。

イ　練り合いの場で数学のよさを感じさせることのできる学習課題の工夫

課題学習①：つなげた画用紙の面積を求めよう。

課題である画用紙の面積を求める問題は，図形の見方や図形の中の数量のとらえ方が大切となる。そのため，小集団の中で，図形の切り貼りや補助線の記入などのさまざまな数学的活動を行わせることで，図形の楽しさを実感し，課題追究に意欲的に取り組ませ，主体的な活動になるようにした。数量の関係などを，簡潔，明瞭に，しかも一般的に表すことを通して，文字を用いることのよさや必要性に気付かせた。練り合いの型は，分類型として，いろいろな考えを「言葉の式」から「文字の式」に表し，それぞれの式の特徴をつかませ，最終的には文字の式のルールを使い，たくさんの式を一つにまとめ，文字の式のよさを味わわせた。

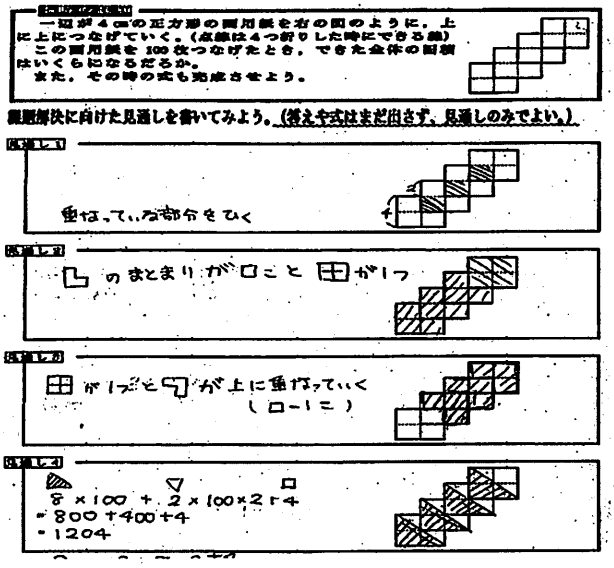


図　つなげた画用紙の面積ワークシート

課題学習②：数当てマジックにチャレンジ！

数当てゲームを導入として取り上げ，その不思議さに興味を持たせた。導入を工夫し，自分でゲームを作ってみようという気持ちを大切にした。文字の式の意味や文字を用いた表現の有用性を深く理解し，そのよさを実感させた。文字を用いて考えることでマジックのトリックを見破り，文字式のよさである簡潔さや，文字を用いた表現の有用性を理解させた。練り合いの型は，集約型とし，個人で考えた問題のよい部分をそれぞれ集約し，小集団の中で一つのオリジナル問題を作成させた。

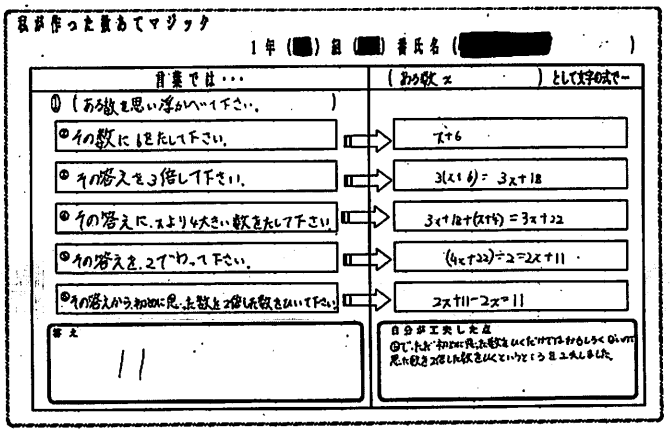


図　数当てマジックワークシート

(3)　授業の実際（課題学習①）

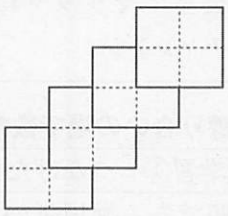
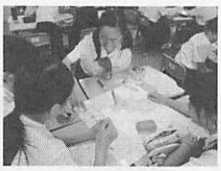
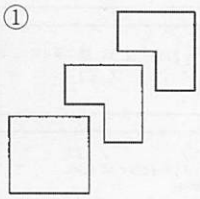
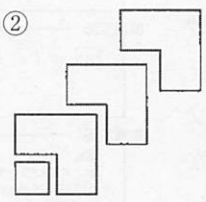
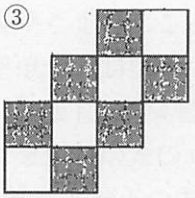
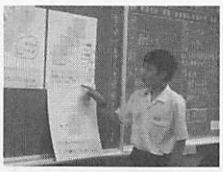
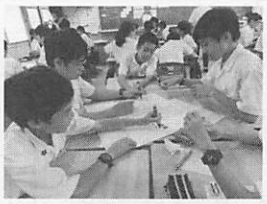
ア　主　題　つなげた画用紙の面積を求めよう。

イ　ねらい

○数量の関係を，図や式などの数学的な表現を用いて説明することができる。

○文字を用いることのよさに気付き，文字式の有用性を実感する。

ウ　授業の様子

学習活動（形態）	○教師の働きかけ　•生徒の反応	○指導の工夫　◇評価（方法）
1　課題を把握する。　（一斉）  課題の提示	一辺が4 cmの正方形の画用紙を右の図のように，上に上につなげていく。（点線は4つ折りした時にできる線）この画用紙を100 枚つなげたとき，できた全体の面積はいくらになるだろか。 　また，その時の式も完成させよう。 	
2　解決の見通しを立てる。（個人）	○自分なりの考えで求め方の見通しを立て，ワークシートに書いてみよう。	◇解決への見通しを持ち，意欲的に課題を追究している。（ワークシートの記述，観察）
3　学習課題を追究する。（小集団）  班での活動の様子	○同じ考え方をしている人同士でグループになり，課題を解決してみよう。 ①  16＋13×99 ②  4 ＋12×100 ③  4×101＋2× 4×100	**○同じ考え方を持った生徒同士がさまざまな数学的活動をすることで一層考えを練り上げ，よりよいものになるようにした。【協同】**
4　解決方法を発表する。　（全体）  発表の様子	○グループの考え方を発表しよう。 ○画用紙の枚数をn枚とした時，どんな文字の式ができるか。 ①：$16+12\times(n-1)$ ②：$4+12\times n$ ③：$4\times(n+1)+2\times4\times n$  班での活動の様子	◇数学的な表現を用いて説明することができる。（観察・ホワイトボード） ○言葉の式から文字の式へ移行させ，見付けたきまりを一般化させた。
5　さらに深く追究する。（小集団）	○考え出したたくさんの式が，すべて同じ面積を表している式であることを説明できないだろうか。 •文字の式のルールを用いて，式を簡単にして，すべて同じ式にすればよい。	**○考え出されたいろいろな文字の式について，共通点を探らせながら，文字を使うことの有用性を考えさせた。【協同】**
6　本時の学習を振り返る。（個人）	○今日の授業で考えたことをまとめよう。 •文字の式を使うと，いろいろな考え方がより分かりやすく説明できる。 •みんなで考えることは楽しいし，自分の考えをさらに深めることができた。	◇文字の式は，数量の関係や法則など一般化できるよさを知る。 （自己評価分析）

4　研究の成果と課題

(1)　実践授業での生徒アンケートより

授業前の事前調査では，本学級は，数学の授業に対して80％近くの生徒が「好き・どちらかというと好き」と回答していて比較的数学の授業を前向きに受けられている。グループでの話合い活動については，「好き・どちらかというと好き」と回答した生徒は75％で，その理由として，友だちの意見や考え方を聞けることや説明を聞いて問題を解決したり，理解したりできることを挙げている。しかし，一方で，式や求め方などを説明する活動については，「嫌い・どちらかというと嫌い」と回答した生徒が37％で，その理由として，説明の仕方が分からないことや人に伝えることが難しいと感じていることなどを挙げている。

授業後の感想より

○文字を使うとどのようなよさがあるか。

- 文字を使って式を作ると，いろいろな考え方が１つにまとまり，スッキリした。
- 文字式で表すとその文字が何を表すかがよく分かった。
- 文字を使うことで，数値を代入すれば，すぐに式の値が出せて，速く正確に計算できた。

○グループの中で話合いをすることで，どんな学びがあったか？（どんなよさがあったか？）

- みんなと話すと同じ考えでも，少しずつ違うところがあり，驚いたけど楽しかった。
- グループのみんなが同じ考えの時は，説明で詰まってもみんなから助けてもらった。
- 自分の考えを発表し，その考えをグループのみんなで直したり，直されたりすることで考えがさらに深まった。
- みんなと話すことで考えの幅が深まり，もっと違う考えを出そうと思えた。
- 同じ式を立てて，同じ考えであっても，図で表す方法は人それぞれで，新しい考えも学べました。これからもたくさんの考えをもっと多面的に見ることも必要になり，それができるようになりたいです。

(2)　考察

ア　分類型の練り合いについて

今回の授業では，いくつかの求め方がある問題であるため，最初に自分なりの考えを持たせ，その後同じような考えの生徒同士でグループを作り，互いの考えを練り合う活動を取り入れた。練り合いは分類型とした。一つ一つの考えをいくつかのグループに分類し，それらにどのような関連性があるのかを理解させるようにした。大きく分けると６通りの考え方に分類され，グループ内では，色紙で図を作ったり，言葉の式を作ったりしながら，その説明を協力して考えていた。いくつかのグループでは，若干，考えの違いも見られたが，お互いに説明し合うことで，自分と違う考えに触れ，自分の思考過程を振り返ることができた。さらに，自分の考えを表現させ，自分と違った

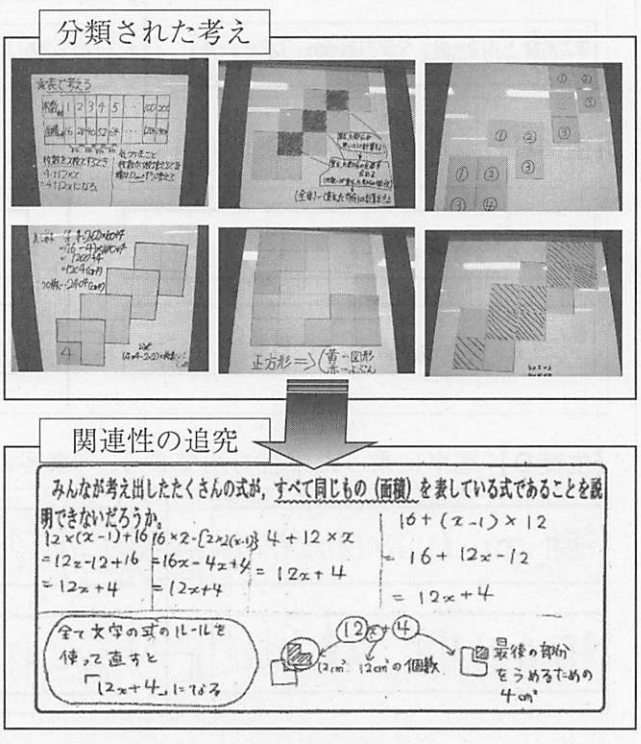


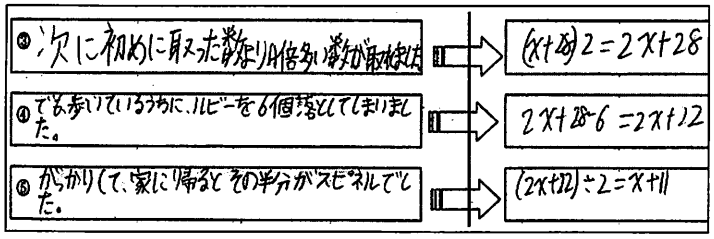
図　つなげた画用紙の面積ワークシート

意見に触れる機会を作ることによって，自分の考えがさらに明確になり，多様な考えがあることに気付いた生徒も多かった。全体での発表会では，他の生徒もその考え方に興味を持って聞き入っているようであった。最後に関連性を考えさせたが，「文字の式のルールを使うとすべて同じ形の式ができる」ことについてはすぐに気付いたが，「文字にある適当な数値を代入すれば，すべて同じ式の値が出てくる」ことは，全体でも考えが思い浮かぶことがなく，教師の説明を聞いた後に理解できた。

イ　集約型の練り合いについて

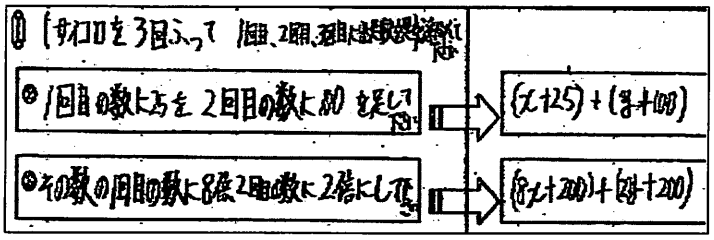
課題学習②の授業では，まず個人で問題作りに挑戦し，その後，小集団の中で，個人が作った問題を発表した。個人が作成した問題の中にも工夫を凝らしたものが多く，生徒は興味を持って個人の発表を聞いていた。その後，個人が作った問題のよい部分を探す場を設け，それを融合し，集約して小集団の中で一つの問題作りを行った。**（資料１）（資料２）**それぞれのよさをいかに問題の中に取り入れていくかに，はじめはやや戸惑っていたが，班の中に自然にリーダーができ，そのリーダーの進行のもと練り合いが，スムーズに行われた。さらに班での練り合いを通して，新しい考えを発見する班ができたり，問題が完成したときには拍手が起こる班も見られたりした。

【生徒Ａ】採ったルビーの数を当てよう。（採ったルビーの数をx）



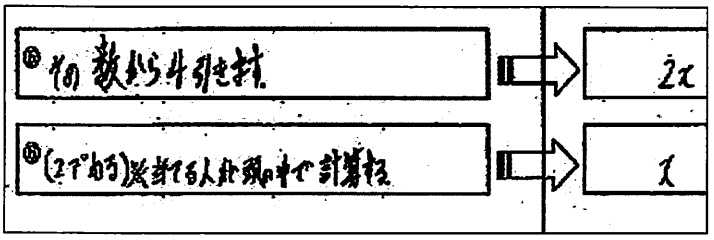
〈よさ〉　ルビーの数を単純に２でわれという指示とせず，「半分がにせものであった」ということから，２でわることを考えさせる。

【生徒Ｂ】サイコロを３回振って，３つの出た目を当てよう。（出た目を順にx、y、z）



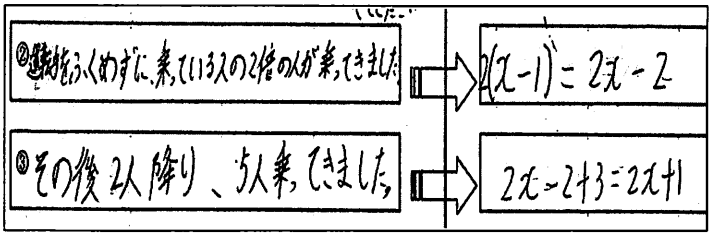
〈よさ〉　求めたいものを３つにし，３種類の文字を使った。その３つの文字は１から６までの整数となることも考えられ，最終的には、生徒自身で$100x+10y+z$の式を導いた。

【生徒Ｃ】ルーレットの出た目を当てよう。（ルーレットの出た目をx）



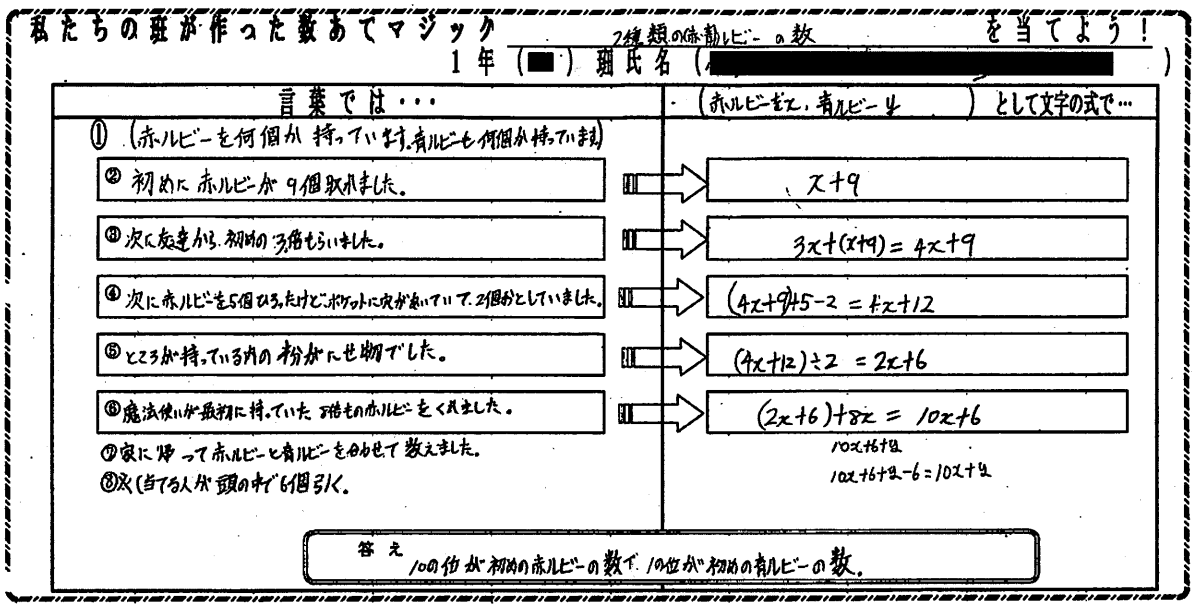
〈よさ〉　解答者が計算した最後の数がそのマジックの答えとはせず，その数に出題者が暗算で計算を加えて，答えを発表することで，さらに不思議さを演出する。

【生徒Ｄ】電車に乗った乗客を当てよう。（乗客の数をx）



〈よさ〉　③の部分は，単純にxに２をたせ、xから５をひけというものでなく，「２人降り，その後５人乗る」と文章化している。また文字の式の部分では、分配法則を使用している。

資料１　個人が作った４つの問題のそれぞれのよさを集約して……



資料2　生徒A，生徒B，生徒C，生徒Dの４人が完成させた問題

授業後の感想より

- 全員の考えを１つの問題にすることで，一人一人の考えをさらに深めることができた。
- 一人一人の問題のよい部分を生かすために，みんなで知恵を使って話し合いができ，数学がますます楽しくなった。また，話し合うのが，だんだんと上手になった気がする。

(3) 本研究を終えて

今回は文字の式の単元において研究を行い，協同的な活動を通して，数学的な見方や考え方が深まることにつながった。また、数量を表す式を分類，比較，整理する活動を通して，物事を多面的にとらえる生徒の育成や，物事の表面だけを見るのでなく，その奥に潜むものを見付けていこうとする姿勢ができたのではないかと思う。さらに，課題に応じて練り合いの型に分けて授業を行うことで，自分の考えを説明することに抵抗を感じている生徒も，次第に自信を持って自分の考えを表現できるようになった。特に集約型の練り合いでは，自分の考えが他者の役に立ったという喜びを味わわせることができたと思う。今後もこのような言語活動を大切にし，生徒一人一人の自尊感情を醸成していきたいと思う。

協同的な学習の場の中では，どうしても数学が苦手な生徒もいて，傍観者的な立場になり，練り合いに参加できにくい生徒も見られた。すべての生徒が分かる授業を目指して，そのような生徒が少しでも減るような工夫を考えて行くことが今後の課題である。また他の単元においても練り合いの場を設定したり，今回研究できなかった順位型の練り合いも研究したりして，さらに，生徒の数学的な見方や考え方を高める指導の工夫について研究を進めていきたい。

参考文献

宮城県教育研修センター学力向上研究グループ（2006）「授業改善2006授業デザイン活用ガイド」
仲宗根歩「数学的な見方や考え方を高める学習指導の工夫　～問題の工夫と練り合いの場を通して～」
http://www.nahaken-okn.ed.jp/naha-c/ken
江森英世（2011）「中学校新数学科授業ライブ第一学年編」明治図書

研究（その３）

数学的な見方や考え方を活かして問題を解決していこうとする生徒の育成

― 数学的な見方や考え方のよさを実感させる指導を通して ―

（実践者）山本　泰久

１　研究テーマ設定の理由

数学的な見方や考え方とは，問題解決に必要な知識・技能を導き出す力であり，それらを活用するための原動力である。このような見方や考え方を高めることは，事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに，持続可能な社会を形成するために必要な「自立と共生の力」である「広い視野で物事を客観的に判断する力」「問題解決に向け自ら考え見通しを持って解決する力」「自分の気持ちや考えを表現し伝える力」「多様な価値観を認める力」等を育成することにもつながっていく。

数学的な見方や考え方を高めるためには，問題解決の過程で数学的な見方や考え方のよさを，実感を伴って理解させ，今後もそれらを活かして問題を解決していこうと自覚させることが大切である。そこで本研究では，「数学的な見方や考え方が高まっている生徒」とは「数学的な見方や考え方のよさを実感し，自らそれらを活かして問題を解決していこうとする生徒」であると捉え，指導の在り方を研究することとした。

２　研究の内容及び方法

(1)　数学的な見方や考え方のよさを実感させる指導の工夫

生徒に数学的な見方や考え方のよさを実感させるために，次のような指導の工夫を設定した。

ア　数学的な見方や考え方の明確化

イ　発揮した数学的な見方や考え方の意識化

ウ　多様な数学的な見方や考え方を発揮できる場の設定

エ　身に付けた数学的な見方や考え方の構造化

本研究では，１年生40名（男子20名，女子20名）を対象とし，４月～10月の実践（単元は「正の数・負の数」「文字の式」「方程式」）を基に成果と課題を検証した。

(2)　授業実践

第１学年「文字の式」において授業実践を行い，生徒の変容や授業参観者の意見から成果と課題を検証した。

３　研究の実際

(1)　数学的な見方や考え方のよさを実感させる指導の工夫

ア　数学的な見方や考え方の明確化

片桐重男（2004）は，数学的な見方や考え方を「数学の方法に関係した数学的な考え方」「数学の内容に関係した数学的な考え方」，「数学的な態度」という３つのカテゴリーにまとめ，更にカテゴリーごとに具体的な見方や考え方を分類している。本研究では，そのうちの「数学の方法に関係した数学的な考え方」に焦点を当て研究を進めた。年度初めに，片桐の分類を生徒が理解しやすいものにまとめ直した「数学的な考え方を高めよう！」（**資料１**）を配付し，意識付けを図っ

た。まとめ直す際に，それぞれの見方や考え方の内容が分かるようにするとともに，キーワードを使ってそれぞれの特徴が想起できるよう工夫した。

イ　発揮した数学的な見方や考え方の意識化

生徒は常に自分が考えたことに対して，他の人からの反応を求めている。そして，その反応によって，自分に自信を持ったり，次の課題へ取り組もうとする意欲につながったりするのではないだろうか。そこで教師は，生徒が発揮した見方や考え方を評価し，その成果や課題をできるだけ早く当人にフィードバックすることが大切である。

本研究では，数学的な考え方の評価を生徒にフィードバックする手立てとして「考え方シール」を利用した。考え方シールを利用した評価とは，上記**ア**で述べた９つの見方や考え方のうち，どれが活用できたかを色シールでフィードバックするものである。（考え方と色シールとの対応は**資料１**の通り）例えば，帰納的な考え方で解決している生徒のノートには，青色シールを貼って評価する。シールを貼る際には，「違う見方はできないかな？」「いつも成り立つと言えるかな？」「もっとよい方法はないかな？」などの言葉をかけ，多様な考えが引き出せるよう工夫した。

数学的な考え方を高めよう！

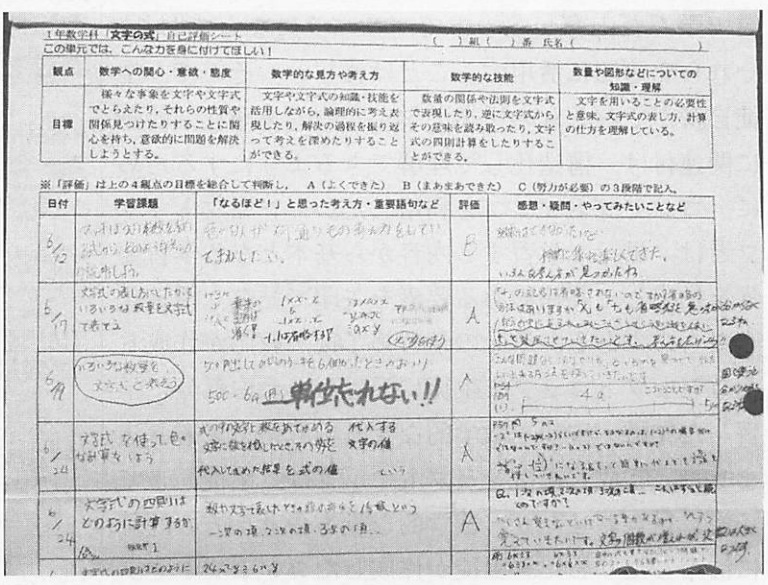
数学を学習する一つの目的は「**考える力**」を高めることです。数学の授業では、特に次の力を育てていきます。それぞれの考え方が発揮できた時には色別シールで評価をします。シールをたくさん集めて、考える力を高めよう！

考え方	内　容	シール
決まりを見つけて（帰納的な考え方）	いくつかのデータの間に**共通して見られるルールや性質を見つけ**、それらが**いつでも成り立つであろう**と推測して解決しようとする考え方。	青色
分かっていることを使って予想（類推的な考え方）	ある集団で成り立つルールや性質が、**仮た集団の中でも成り立つであろう**と推測して解決しようとする考え方。	ピンク
分かっていることを使って説明（演繹的な考え方）	ある性質が成り立つことを、すでに分かっている事がらを使って**筋道立てて証明**しようとする考え方。	黄色
同じものとしてまとめる（統合的な考え方）	多くの事がらをバラバラにしておかないで、より広い視点で共通点を見いだし、**同じものとしてまとめていこう**とする考え方。	緑色
よりよい方法に（発展的な考え方）	一つの結果が得られたとしても、さらに**よりよい方法**を見いだそうとしたり、**新しい性質**を見いだそうとしたりする考え方。	赤色
いつでも使える方法に（一般化の考え方）	解決した結果をもとにして、**どんな場合でも成り立つ一般性**を求めていこうとする考え方	水色
簡単にして（単純化の考え方）	すべての条件を考慮しなければならないとき、そのうちのいくつかの条件を一時無視して**簡単な場合に直して**考えてみようとする考え方。	銀色
分かりやすい場合で（特殊化の考え方）	ある集合の性質を考えるとき、それに含まれる一つの**特殊な事象について考え、全体の性質を推測**しようとする考え方。	茶色
図や記号を使って（記号化の考え方）	問題を解決するために、**数量化**したり、**図**に表したり、**記号**を使って形式的に操作したりすることによって考察しようとする考え方。	オレンジ

資料１　配付した「数学的な考え方を高めよう！」

このように考え方を分類して評価することで，生徒に「どのような場面でどのような考え方が活用できるか」ということを意識させることができ，数学的な考え方を様々な場面で積極的に活用しようとする態度を養うことができると考える。

また，授業終了後には，自己評価シート（**資料２**）に「なるほど！」と思った考え方や疑問，やってみたいことなどを記入させた。学習の過程で「学んだことは何か」「どのような見方や考え方が分かったか」等を振り返って記述，蓄積させておくことで，自己の成長を実感させることができるとともに，これまでの取組を評価・改善する機会になると考える。生徒の記述したことに毎回コメントを書いて返すとともに，記述内容から数学的な見方や考え方を発揮した姿を見取ることができれば，考え方シールを利用して評価をフィードバックした。


1年数学科「文字の式」自己評価シート　（　）組（　）番 氏名（　）

この単元では、こんな力を身に付けてほしい！

観点	数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
目標	様々な事象を文字や文字式でとらえたり、それらの性質や関係見つけたりすることに関心を持ち、意欲的に問題を解決しようとする。	文字や文字式の知識・技能を活用しながら、論理的に考え表現したり、解決の過程を振り返って考えを深めたりすることができる。	数量の関係や法則を文字式で表現したり、逆に文字式からその意味を読み取ったり、文字式の四則計算をしたりすることができる。	文字を用いることの必要性と意味、文字式の表し方、計算の仕方を理解している。

※「評価」は上の４観点の目標を総合して判断し、A（よくできた）　B（まあまあできた）　C（努力が必要）の３段階で記入。

日付	学習課題	「なるほど！」と思った考え方・重要語句など	評価	感想・疑問・やってみたいことなど
6/12	それぞれの結果を式に表したら、どのような特徴が見られるか説明しよう。	文字を使って表すと、どんな数でもあてはまるから、すべての場合を説明できる。	B	規則性を見つけるのが楽しくできた。いろんな考え方が見つかったね。
6/17	文字式で表したり、いろいろな式を文字式で表そう。	文字や文字式の意味	A	文字式の表し方は有理数だけでなく、すべての実数の場合にあてはまるから、文字式で表すことで、どんな数でもあてはまるから、すべての場合を説明できる。
6/19	いろいろな数量を文字式で表そう。	500－6a（個） 単位それない!!	A	4a
6/21	文字式を使って色々な計算をしよう。	文字の値 代入する 式の値 代入して求めた結果	A	
6/24	文字式の四則はどのように計算するか。	文字式の四則	A	

資料２　自己評価シート

ウ　多様な数学的な見方や考え方を発揮できる場の設定

相馬一彦（2000）は，「授業の成功の７割は問題の良し悪しによる」とし，授業の始めに取り上げる「学習問題」の重要性を強調している。そして，よい授業を実現するための問題には，「①生徒が自ら課題を見いだすことにつながる問題」「②生徒の学習意欲を引き出すことのできる問題」が必要だと述べている。学習問題から「おや？」「なぜ？」という気持ちが生じ，「考えてみよう」という学習意欲を引き出すことで，生徒は自身が見いだした課題を数学的な見方や考え方を活かしながら解決し，その過程で，見方や考え方のよさを実感することができるであろう。

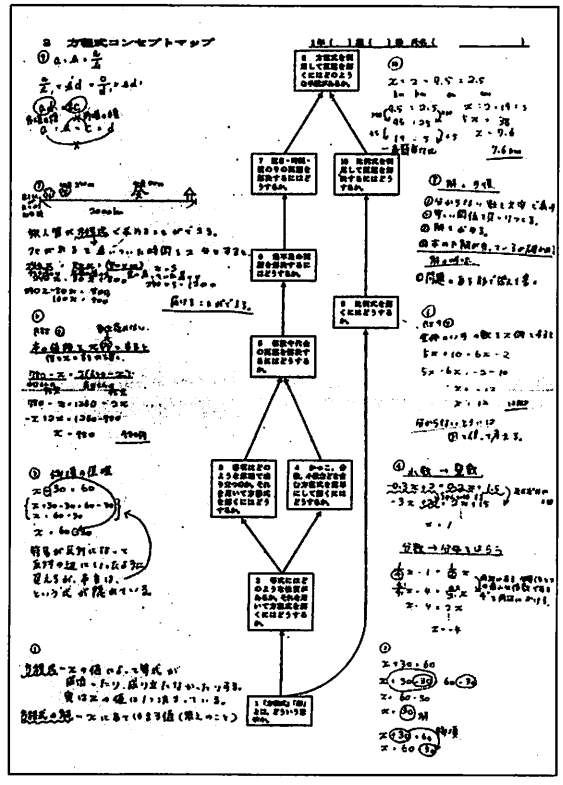
更に，自他の考えを比較・検討する場では協同的な学びの充実を図ることで，生徒各自が考えを広げたり深めたりでき，その実感はより確かなものになると考える。時には多様な思考方法を比較させ分類･統合させたり，時には同じ思考方法の生徒どうしで考えを練り上げたりするなど，授業のねらいに応じた協同学習を行った。

後述の「**(2)授業実践**」で提示する事例は，「自らが課題を見いだし，意欲的に追究できる学習問題」「協同的な学びの充実」をキーワードに授業を構成した。単元「文字の式」（全18時間）の13，14時間目に当たり，２時間で構成したものである。和算の一つである「薬師算」をアレンジしたものを学習問題として扱った。和算とは，江戸時代に日本独自に発展した数学のことで，「鶴亀算」「旅人算」など生徒にとって馴染みのある問題も多い。薬師算は，何個かの碁石を正方形に並べ，次に１辺に沿って他を並べ替えたときに出る端数から碁石の総数を言い当てるという遊びである。端数から総数を求めことができるという不思議さを体験させることで，生徒の探究心を喚起できる題材といえる。

また，考えを比較・検討する場面では，協同的な学びの充実を図るために，同じ思考方法の生徒どうしで小集団を構成し，それぞれの班で練り上げた考えを全体で共有化した。更に，コミュニケーションボードやワークシートを利用し，考えが小集団や全体で共有化しやすいよう工夫した。

エ　身に付けた数学的な見方や考え方の構造化

問題を数学的に考え解決するためには，身に付けている知識・技能，数学的な見方や考え方から活用できそうなものを，生徒自身が適切に取捨選択する必要がある。しかし，単元の学習内容全体を構造的に理解できていない生徒にとっては，それぞれの授業で学んだ内容が頭の中でバラバラになっており，それらを適切に活用することは難しい。そこで，生徒自身がそれぞれの授業で学んだ内容を順次，的確に関連付け，構造化して理解できるようにするために，コンセプトマップを利用した。コンセプトマップとは，単元で学習する内容から基本となる学習要素を抽出し，関係のある要素を矢印で結び，構造化したものである。単元の学習終了後，教師が作成したコンセプトマップを生徒に配付し，余白部分に学習した知識・技能や数学的な見方や考え方を書き込ませた。完成したコンセプトマップは，生徒同士で互いに見合わせたり，数学的な見方や考え方の評価に活用したりした。生徒が作成したコンセプトマップを**資料３**に示す。



資料３　コンセプトマップ

(2) 授業実践（第１学年「文字の式」13・14／18）

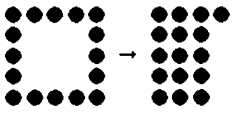
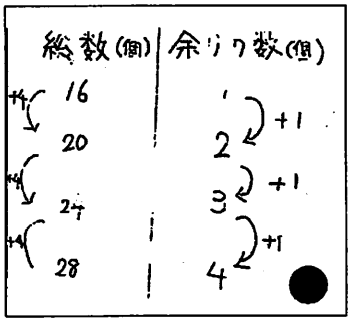
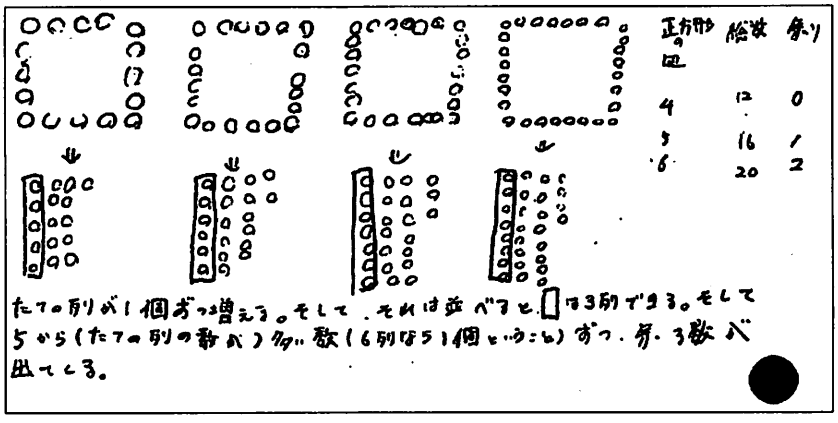
ア　主　題　椅子を並び変えたときの余りの数から椅子の総数を求めよう。

イ　ねらい

○数量の関係や法則を，数，式，図，表などの数学的な表現を用いて見いだし説明することができる。

○文字式を使えば，数量の関係や法則を一般化して表現できることのよさを実感することができる。

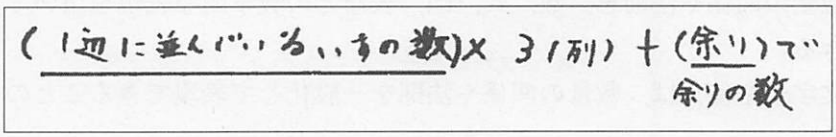
ウ　展　開

学習活動（形態）	教師の発問（T）　生徒の反応（S）　**＊指導の工夫**
（第１次） 1　問題を把握 （一斉）	T：椅子を１辺が４脚の正方形に並べます。それを１列残して，残した列に沿って並び変えると，余りなくぴったり並べることができます。１辺に５脚だったらどうなるかな？  **＊イメージをつかませるために，板書にはモデル化した教具を操作しながら問題場面を提示した。** S：ぴったり並ばず，１脚余りが出るよ。 T：１辺に４脚並べるとき以外では余りが出そうですね。余りの数と総数には何か関係あるのかな？
学習課題１：椅子の余りの数と総数にはどんな関係があるのだろうか。	
2　課題の追究 （個人）	**（帰納的な考え方を発揮した生徒）** T：余りと総数の関係を表にまとめたんだね。 S：余りが１脚増えるごとに，総数が４脚増えています。 T：規則を見つけることができたね。 **＊【帰納的な考え方】ができていると判断し，青シールで評価した。**  **（図形化の考え方を発揮した生徒）**  S：正方形の１辺の数は，（余りの数＋４）脚になっているよ。 T：いくつかの場合の図をかき，考えているね。 **＊【図形化の考え方】ができていると判断し，橙シールで評価した。**

(一般化の考え方を発揮した生徒)

T：余りと総数の関係を式で表そうとしているんだね。

＊【一般化の考え方】ができていると判断し，水色シールで評価した。



T：式の中に「１辺に並んでいるいすの数」があるけど，余りの数だけで総数を求めることはできないかな？

3　次時の課題の確認

(一斉)

T：いろいろな関係を見つけましたね。次の授業では，今回見つけた関係を使って更に追究してみましょう。

(第２次)

1　前時の課題の確認

(一斉)

T：前回の授業では，椅子の余りの数と総数の関係を個人で考えました。今回は見つけた関係を使って，余りの数から総数を求める方法を考えましょう。同じ方法で考えていた人同士で班になり，どうしてそのような方法で求められるのか，理由も説明しましょう。

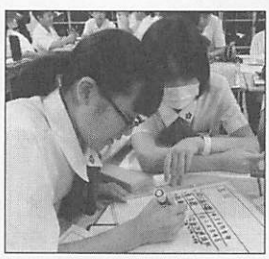
＊前時のワークシートを点検し，思考方法が同じ生徒同士で班を構成した。表が３班，図が３班，式が４班の計10班を構成した。

学習課題２：余りの数から総数を求めるにはどうすればよいのだろうか。

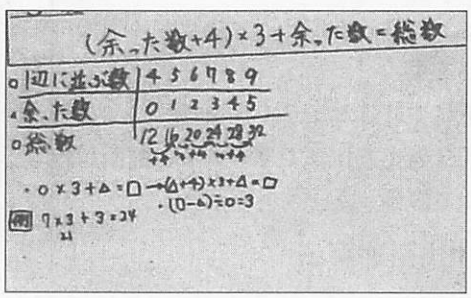
2　課題の追究

(小集団)

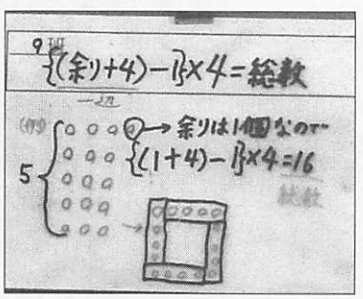
【協同】



(表から規則を見いだし，関係を式で表した班)



(図を使って規則を見いだし，関係を式で表した班)

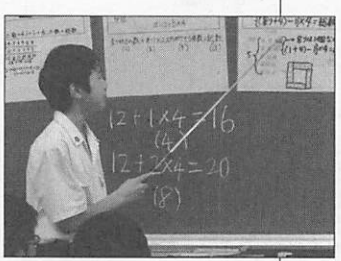


(全体)

【協同】

T：いろいろな式で表すことができましたね。どれが正解かな？

S：どれも正解です。



T：式の形はみんな違うのに，どうしてどれも正しいと言えるのかな？

S：余りの数をx脚とすると，

$(x+4)\times 3+x=4x+12$　$\{(x+4)-1\}\times 4=4x+12$

となり，どの式も$4x+12$になります。

3　振り返り

(個人)

T：今日の授業を振り返り，自己評価シートに記入しよう。

＊学んだことや「なるほど！」と思った見方や考え方を自己評価シートに記入させた。

4　本研究の成果と課題（○成果　▲課題）

(1)　授業参観者より

○自分の思考のスタイルと似た仲間と話し合う機会が与えられ，そこで練り合う時間が確保されたところに深まりが生まれた。その反面，全体で共有化する場が時間的に確保できなかったが，１つの数学的な見方や考え方を実感させて，全体では自分たちの味わったものとは違う数学的な見方や考え方のよさが存在することを知らせることを目標としたり，多様な他の班の考えが，実は自分たちの考えとつながっていたという統合的な考え方のよさを味わわせる展開にしていったりすることも有効な方法の一つだと思った。

○シールを貼って評価することで，数学的な見方や考え方を常に意識させることができるとともに，そのシールの枚数や種類が増えることで，自分の考えが伸びていることを実感させられる（見える化できる）有効な手段だと思う。また，成長を実感することにより，自尊感情を高めていることにつながっていくと思う。

▲今回のようなオープンアプローチの学習課題を扱う際には，「１単位時間で授業が終わらないことが多い」「学力下位の生徒の数学の力が高まりにくい課題設定が多い」などの課題が挙げられる。これらの課題を克服することができれば，有効な手段になるのではないか。

▲本研究において「数学的な見方や考え方のよさを理解させること」と「数学的な見方や考え方を活用していこうとすること」とは，つながっているものなのか。理解と態度をつなげる指導の工夫が必要である。

(2)　生徒の自己評価の記述より

○みんなの考え方は違っていても，みんな$4x+12$という文字式になりました。考える方向は違っていても，答えは一緒でびっくりしました。

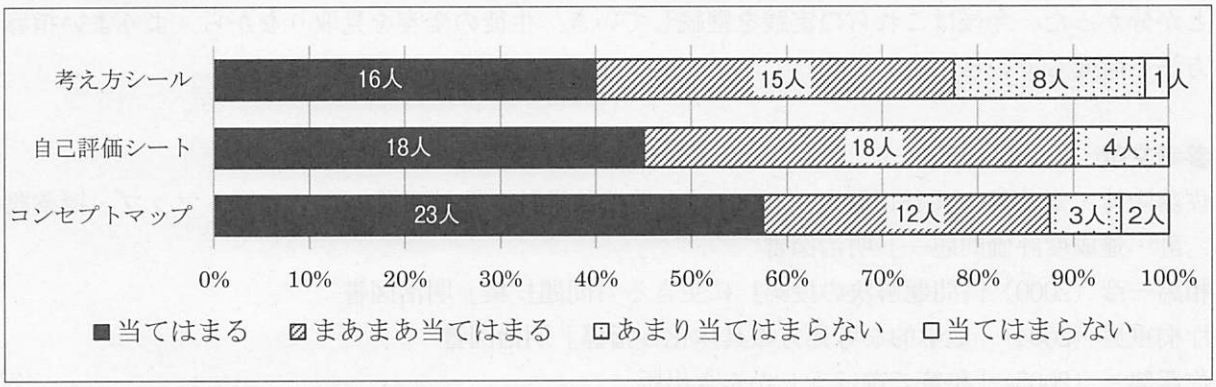
○話合いでは，考え方がみんなと一致して，すぐに答えが出たとき，とても嬉しかったです。式の根拠も考えられたし，積極的に意見も発表できてよかったです。

○私は自分だけで考えるときは，あまりいい考えが浮かびませんでした。しかし，４人でやると，とてもいい考えがたくさん出てきたのでよかったです。

○今日は班の人と話し合うことで，いろいろな考えが出て，考えた式の意味を理解することができました。自分の考えは余りから総数を求めることはできませんでしたが，他の班の人の意見や考えを知り，理解することができました。

(3)　アンケート調査の結果より

本研究で行った指導の工夫が，生徒に数学的な見方や考え方のよさを実感させることに有効であったかについてのアンケート調査を実施した。調査結果を**資料４**に示す。



資料４　アンケート調査の結果（対象：１年生40名）

どの項目についても，全体の７～９割の生徒が肯定的な回答をしており，成果が見られた。自由記述には，次のような記述が見られた。

【考え方シールについて】
○シールをもらうことで，**自信が持て**，もっとがんばろうと**やる気になる**。
○自分の考え方がどういうふうな考え方なのかが**他人からの目線で分かる**。また，他の人の考え方も，シールの色によって分かりやすくなっている。
○自分の考えが，**今までに学んだことを活かしているか**などがよく分かる。
▲リアルタイムでシールをもらえない時がある。
▲シールをどのように活用していいのかが分からない。
【自己評価シートについて】
○毎日の授業の復習ができ，**次にどう活かすか**考えることができる。
○今日一日**どんなことが分かったか**，**どんなことに気付いたか**などを日記のように保存できるし，先生からのアドバイスももらえる。
○その時間の復習とともに，**自分を客観的に見る**ことによって，**改善点が見つかる**。
▲書く時間がないときには，あまり考えずに書いているときがある。
【コンセプトマップについて】
○あやふやだったところも，**振り返ってまとめてみると理解することができた**。
○今まで習ったことの復習もでき，友達のコンセプトマップを見て，**自分とは違ったまとめ方**を知ったり，**忘れていたことを思い出したり**することができた。
○今までに習ったことを**一度頭の中で整理することができ**，要点を一目見ただけで分かるようにまとめることができた。
▲どのようにまとめていいのか分からない。

(4) 考察

授業参観者からの意見，生徒の自己評価の記述から，数学的な見方や考え方のよさを実感させる指導として，本実践で設定した指導の工夫には一定の効果があったと判断する。しかし，学力下位の生徒や，見方や考え方を見いだせなかった生徒にとっては，指導の意図が十分伝わっておらず，効果があったとは言い難い。今後は，「生徒を伸ばす」から「すべての生徒が伸びる」という視点への転換を図り，指導の改善に努めたい。

また，本研究を通して「数学的な見方や考え方のよさを理解させること」はできたが，そのことが「数学的な見方や考え方を活かして問題を解決していく」ことにつながっているかどうかは，引き続き検証していく必要がある。今回の実践で「考え方シール」「自己評価シート」「コンセプトマップ」は，生徒自身に問題解決の過程や結果を振り返らせ，自らの改善を促す効果があることが分かった。今後はこれらの実践を継続していき，生徒の変容を見取りながら，よりよい指導方法を研究していきたい。

参考文献

佐藤隆博・齋藤昇・長谷川勝久（1999）「中学校数学科の教材開発―コンセプトマップ・授業設計・達成度評価問題―」明治図書
相馬一彦（2000）「『問題解決の授業』に生きる『問題』集」明治図書
片桐重男（2004）「数学的な考え方の具体化と指導」明治図書
佐藤健一（2005）「和算で遊ぼう」かんき出版
盛山隆雄（2014）「『数学的な考え方』を育てる授業」東洋館出版

第３章　おわりに

「数学的な見方や考え方を高める学びの創造」の研究テーマのもと，３年目となる今年次の本領域の研究の成果には，次の三点が挙げられる。

まず，一点目は，数学的な見方や考え方を高める学習課題を開発・工夫することができたことである。その学習課題は，問題解決的な学習の中で，「協同」や「協働」の精神を発揮して，追究していくことのできるものである。その学習課題の特徴は，複数の解決方法や多様な思考方法，または多様な結果が出てくると予想できるものである。また，身近な生活に関連していたり，ゲーム性を備えていたり，和算の問題をアレンジしたりして，生徒の学習意欲を引き出すことのできる学習課題であることも適切な学習課題の条件である。

二点目は，上記の学習課題を扱った授業における指導の工夫が，数学的な見方や考え方を高めるのに有効であるとともに，「協同」や「協働」の精神を発揮させるのに有効であると分かったことである。効果的であった指導の工夫には，例えば「協同」の精神を発揮する学びのために，一斉で解決の見通しを立てたり，前時に同じ数学的な見方や考え方を発揮して解決できる学習課題を学習させたりしたことが挙げられる。また，解決の実行段階で，複数の解決方法や多様な思考方法が考えられるときに，同じ思考方法の生徒同士で小集団を構成し話合いが深まるようにしたことや，練り合いの型を考慮して話合い活動を行わせたことなども「協同」の精神を発揮する学びにつながっていた。さらに，解決の実行に入る前の解決の見通しを立てる段階で，互いの自力解決を促すような伝え合い活動を行わせることによって「協働」の精神を発揮する学びを創ることができたと考えている。

三点目は，コミュニケーションボードやＩＣＴの活用，ワークシートや付箋紙を利用しての思考の記述の工夫，数学的な見方や考え方のキーワードや考え方シールを使っての指導，自己評価カードやコンセプトマップや単元まとめレポートを作成させることなどにより，数学的な見方や考え方のよさを感じさせたり，数学的な見方や考え方を振り返らせたり意識させたりすることができ，数学的な見方や考え方を高めることにつながった。

次に挙げる三点は，３年間の研究で明らかになった課題である。これらは，今後の本校数学科の新たな研究のテーマにつなげていく必要があるだろう。

その一つは，数学的な見方や考え方を高める学びは，その学習内容や扱う学習課題の特徴から，理解不足に陥る生徒や解決に困難さを感じる生徒が出てきてしまうことである。すべての生徒が伸びるという視点から，学習課題や授業の展開等を改善・修正していかなければならない。

二つ目は，これまでの数学科では，「協同」の精神を発揮する学びによって，研究テーマの具現化を図ろうとすることが多かった。しかし，今後は，「協働」の精神を発揮する学びについても研究をしていくことで，すべての生徒が伸びる授業を構築していきたいと考える。それは，生徒一人一人が数学の学習において，自分を活かす場を提供し，生徒一人一人の自尊感情を醸成することにつながると考えるからである。

三つ目は，数学的な見方や考え方を高めるための評価の在り方についての研究をより具体的に行うことである。生徒の発揮する数学的な見方や考え方の実態を確実に見取り，実態に合った指導が行えるように，指導の工夫を洗練し，さらに発展させていく必要がある。

最後に，数学的な見方や考え方の指導を「きょうどう」の精神を発揮する学びを通して考え，研究を進めてきた結果，数学の授業で学習している生徒の姿が，以前よりも頼もしく思えることが増えてきたと感じる。それは，班になって学習している生徒が，一人残らず頭をつき合わせて学習課題を追究しているときであったり，難しい問題に挑戦しているときに，自分が解き切るまで待ってほしいと生徒が要求してくるときだったりする。つまり，数学の学習の中で，「真理を求める探究心をもって，多面的・多角的に考察し，その学びを楽しもうと」したり，「自信と誇りをもって，可能性に挑戦し続けようと」したりする生徒の姿が増えてきたといえる。今後も生徒の姿が本校の望ましい子ども像に近づいていくよう，実践を積み重ねていきたいと思う。