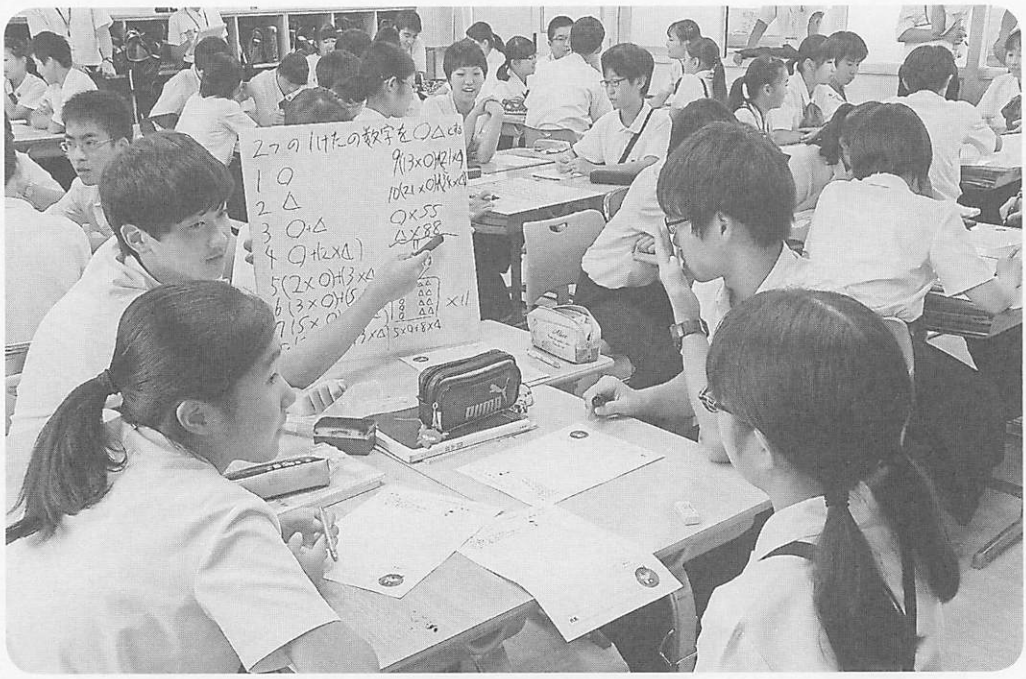
数学科

教科領域研究テーマ
【解決の過程や結果を振り返って修正・改善する力の育成】



数学科

解決の過程や結果を振り返って修正・改善する力の育成

実　践　者　宇都宮憲二，山本　泰久
愛媛大学研究パートナー　河村　泰之，原本　博史
平田　浩一，吉村　直道

第１章　はじめに

中学校学習指導要領解説数学編（平成29年７月告示）では，数学科の目標は「数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質･能力を育成すること」と示された。「数学的な見方・考え方」については，これまでの学習指導要領の中で「数学的な見方や考え方」として教科の目標に位置付けられたり，評価の観点名として用いられたりしてきたが，今回の改訂により，数学的な見方･考え方とは「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，論理的，統合的・発展的に考えること」と整理された。数学的な見方・考え方を働かせた学習活動は，数学的に考える資質･能力を育成する多様な機会を与えるとともに，数学や他教科の学習，日常や社会において問題を論理的に解決していく場面などでも広く生かされるものである。本校数学科は，諸先輩より数学的な見方・考え方の育成を中核に据えた授業の在り方を研究し，その実績を受け継ぎながら今に至っている。時代が移り変わろうとも，この数学科授業の本質は変わらないと考えている。

本研究は，数学科で育てたい持続可能な社会を支える資質・能力を「解決の過程や結果を振り返って修正・改善する力」（以下，修正・改善する力）と捉えて取り組んできた３か年研究の最終年次の取組である。研究を進める上で留意すべきこととして，西岡と石井は次のように指摘している。「『資質・能力』を目標として位置付けるにあたっては，（中略）汎用的スキルやメタ認知については，パフォーマンス課題などに取り組む中で副次的に扱うといったように，優先順位を明確にすることが重要であろう。(西岡2016)」「汎用的スキルを直接的に指導する手立てを講じ，教科をクロスするものとして位置付けることは，教科指導において，トリプル・スタンダードを追求することとなり，授業の煩雑化や形式化をもたらしかねません。(石井2018)」本研究においても，修正・改善する力とは，教科とは別の新たな力として育てるものではなく，教科目標の達成を目指す学びの過程で見いだされるものと捉えていることを確認しておきたい。

そこで，本年次はこれまでの研究成果及び新学習指導要領の方針を踏まえ，生徒がどのような学びを実現することが数学的に考える資質・能力の育成に有効かについて，実践者が独自の切り口で迫った。そして，修正・改善する力の育ちについての検証は，パフォーマンス課題を繰り返し実施し，学期末や学年末に評価を行った。各実践者の研究内容は次のとおりである。

実践者	個人研究テーマ	学年	単　元
宇都宮憲二	説明し伝え合う活動を通じて，自らの見方や考え方を広げたり深めたりする授業の創造 ーパフォーマンス課題を取り入れた授業の実践を通してー	３年	図形と相似
山本　泰久	数学的に問題発見・解決する力が育つ数学科授業の展開 ー第１学年「文字の式」の学習を通してー	１年	文字の式

引用・参考文献

西岡加名恵（2016）「教科と総合学習のカリキュラム設計　パフォーマンス評価をどう活かすか」図書文化
石井英真（2018）「授業改善８つのアクション」東洋館出版社

第２章　研究の実際

研究（その１）

説明し伝え合う活動を通じて，自らの見方や考え方を広げたり，深めたりする授業の創造

ーパフォーマンス課題を取り入れた授業の実践を通してー

（実践者）宇都宮憲二

１　研究テーマ設定の理由

本校数学科では，持続可能な社会を支えるために育成すべき力を「解決の過程や結果を振り返って修正・改善する力」と捉え，３年間研究実践を続けてきた。さらに，考えや思いを筋道立てて伝えることが数学においても重要な要素と考え，「論理的に思考し表現する力の育成」を目指し，協働的な学習であるジグソー学習や言語技術教育の視点に立った問答ゲームなどを取り入れた授業をデザインしてきた。研究最終年次を迎える今年度は，全ての生徒が論理的に思考し表現する力を身に付け，説明し，伝え合う過程の中で，新たな思考や表現に気付いたり，知識や技能を獲得したりすることを目指したいと考えた。また，「何ができたか」「何を理解しているか」という知識や技能を，「どのように使いこなしたか」といった活用力を評価するパフォーマンス評価を全ての単元で取り入れることを目指し，生きて働く知識や技能を身に付け，それらを統合して思考や態度が変容するような深い学びが実現するように，本研究テーマを設定した。

２　研究の内容及び方法

(1)　永続的な理解につながるパフォーマンス課題の設定とルーブリックの作成

逆向き設計に基づいた単元の計画を行う際に重要となるのが「永続的な理解」である。この「理解」とは，何ができるようになるかに関わる資質･能力を含めたものである。それを見取るパフォーマンス課題においては，表現を伴い思考力を高める課題設定や思考過程を適切に評価する方法を導入した。題材選びについては，なるべく日常の身近な事象を取り上げ，生徒にとって解決する必要性を持たせられるようにした。ルーブリックにおいては「数学的な表現を用いた論理的な説明」と「数学的な見方や考え方」が同時に見取れる二元表の形を取り入れ，観点など整合性のあるものにし，その評価結果から生徒が振り返り，自己の力を更に高められるような指導と評価の一体化を図った。本研究は系統的に長期的に取り組むことで更に効果が期待できる。生徒の「考えを表現する力」の変容が検証できるように，生徒のレポートやアンケートを継続して，蓄積し，より効果的な活用方法を模索した。

(2)　パフォーマンス課題の発表会において自らの説明を振り返る場の設定

パフォーマンス課題では，最後に生徒がレポートを作成し，その発表会を行い，自らの考えを他者に説明する場を設定した。さらに，他者が行ったよい説明の例を参考にさせたり，自分と他者の解決方法を比較し，関連付けて理解を更に深めさせたりして，「数学的な表現を用いて論理的に説明する力」の育成を図った。また，自身の説明をＩＣレコーダーで録音し，それを聞き直す場を取り入れ，その説明が簡潔，明瞭，的確といった価値の観点から振り返ることができるようにした。このように，パフォーマンス課題を取り入れた授業を通して，様々な知識やスキル，活用能力を高めるとともに，その思考を言語化させながら，本研究テーマの具現化に迫ることにした。

３　研究の実際

(1)　単元名　図形と相似

(2)　「逆向き設計テンプレート」による単元計画

単元末のゴールを意識して，永続的な理解につなげるため，以下に示す逆向き設計テンプレートを作成し，単元における授業の構成を行った。

第１段階：求められている結果

【研究テーマを踏まえた単元目標】

図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ，論理的に思考し表現するとともに，様々な事象を相似な図形の性質を用いて考察することができる。

【本質的な問い】

図形の性質を証明するためにはどうすればよいか。

【永続的な理解】

図形の性質を証明するためには，まず与えられた問題の条件を整理し，対応する図形や着目すべき性質・関係を見いだすことが大切である。そして見いだした性質を根拠として，証明の方針を立て，その方針に基づいて論理的に証明することが大切である。

【生徒は次のようなことができるようになる】

相似な図形の性質についての知識・技能を活用しながら事象に潜む関係や法則を見いだし，相似な図形の性質，三角形の相似条件などを数学の用語や記号を用いて簡潔に表現したり，相似比を用いて図形の辺の長さを求めたりすることができる。

【単元目標に必要な「論理的に思考し表現する力」】

数学的な表現や言語技術を用いて，課題解決の仕方や推論の過程を論理的に他者に説明することができる力

第２段階：評価のための証拠

【パフォーマンス課題】

いろいろな形をした三角形の厚紙のどこかに楊枝をさして，コマにして回そうと思います。三角形のどこに楊枝をさせばコマがきれいに回るだろうか。

【パフォーマンス課題における評価規準】	**【他の根拠】（評価方法等）**
○作成したレポートの記述 相手に分かりやすく説明したり，表現したりするために数学用語を使用したり，図・式・表などを効果的に活用したりしている。 ○レポート発表会でのスピーチ 相手に分かりやすい説明になるように，表現を工夫し，論理的な説明になっている。	○小集団の観察 ○ワークシート ○自己評価 ○他者評価 ○スピーチの記録（ＩＣレコーダーで録音）

第３段階：学習計画（全18時間）

1	図形の拡大・縮小の意味を基に，相似な図形の性質を理解する。	２時間
2	三角形の相似条件を理解し，それらを使って図形の性質を証明することができる。	２時間
3	平行線と線分の比に関する性質を見いだし，それを証明し，利用することができる。	４時間
4	相似比と面積比の関係を理解し，それを使って図形の面積を求めることができる。	３時間
5	相似な図形のいろいろな性質を，具体的な日常生活や，数学的な問題解決の場面において活用することができる。	３時間
6	総括的評価（単元テストやパフォーマンス課題）	４時間

(3) 授業の実際（15 ／ 18時間）

①主　題　三角形のコマがきれいに回転する原理を説明しよう。

②ねらい

○相似の性質を使って，三角形内部に分けられたいろいろな図形の面積が等しいことを論理的に考察し，的確に表現することができる。

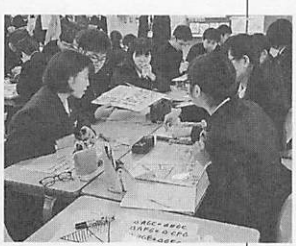
○協働的な活動を通して，自分なりに考えを見直して，理解を深め，更によりよいものに修正・改善することができる。

③展　開

前時で三角形の五心の特徴を学習した後，以下の流れで授業を行った。

学習活動（形態）	時間	○教師の働きかけ　・生徒の反応	○指導の工夫　◇評価(方法)
1　本時の問題を確認して，それぞれの予想で解く。（一斉）→（小集団）	10	（問題）いろいろな形をした三角形の厚紙のどこかに楊枝をさして，コマにして回そうと思います。三角形のどこに楊枝をさせばコマがきれいに回るだろうか。 ○まずは予想してみよう。 ・３頂点から等しい距離となる外心だ。 ・角の二等分線の交点となる内心だ。 ・なんとなく重心もよさそう。 ○実際に楊枝をさして確かめてみよう。 ・重心が一番きれいにコマが回る。	○予想したコマの中で，どのコマが一番きれいに回るかを見つけるために，それぞれのコマを実際に回させた。
2　解決に向けての見通しを立てる。（全体）→（ペア）	7	○三角形のコマがきれいに回るためには，どんなことがいえればよいか。 ・バランスが取れている。 ・重さが均等だ。 ・面積が等しい。	○日常の事象を数学的に捉えるために，「バランスが取れる」という曖昧な表現をより数学的な表現に近づけていった。
3　学習課題を追究する。（個人）→（エキスパート班）	20	○△ＡＢＣ内部のどの図形どうしの面積が等しくなればよいのだろう。 ①△ＧＡＢ＝△ＧＢＣ＝△ＧＣＡ ②四角形ＧＤＢＥ＝四角形ＧＥＣＦ＝四角形ＧＦＡＤ ③△ＧＡＤ＝△ＧＥＣ，△ＧＤＢ＝△ＧＣＦ，△ＧＢＥ＝△ＧＦＡ	○直感的に図の中の等しい面積が考えられるように，面積が等しい部分を三色の色で分けさせた。
		面積が等しくなりそうな図形（①②③）を選び，それを証明しよう。（２通りの方法で証明できるとさらにＧＯＯＤ！）	
		○まずは個人で解決の見通しを立てよう。 ○同じ図形を選んだ生徒同士でエキスパート班（６人班を２人ずつ３つのエキスパートに分ける）を作り，課題を解決しよう。 Ｇは重心よりＡＧ：ＧＥ＝２：１。よって，△ＧＢＣの面積は△ＡＢＣの面積の1/3 倍となる。他の三角形も同様。 中点連結定理よりＡＣ//ＤＥ。高さと底辺が等しいため△ＡＤＣ＝△ＣＥＡ。そして共通の三角形ＡＧＣの面積をひく。	○ジグソー班に戻ったときに，論理的な説明ができるように，他者と自分の考えと比較しながら，自分の考えに修正・改善を加え，再構成させた。 ◇相似な図形の性質を使って，目的の面積が等しいことを論理的に証明することができる。（ワークシート）
4　解決したことを発表する。（ジグソー班）	8	○エキスパート班で考えたことをジグソー班に戻って説明し合おう。	○それぞれのアプローチの良さを明らかにするために，発表後，感想を述べ合わさせた。 ◇協働的な活動を通して他者の考えの良さを理解して，自分の考えを修正・改善することができる。（ワークシート・発表）
5　本時の学習内容を振り返る。（全体）	5	○どのような見方や考え方が解決につながったのか，また今日の授業を通して，どんな力が身に付いたか発表しよう。 ・相似な図形の性質を使うとどんな形の三角形でもきちんと説明ができた。 ・皆が納得できる説明にするために，論理的に説明する力が必要だ。	





(4)　生徒の学びの実際

単元終了時には，パフォーマンス課題を位置付け，生徒の達成状況を見取ることにした。既習の知識や技能を使いながらレポートを作成させ（**図１**），グループ内でレポート発表を行った。

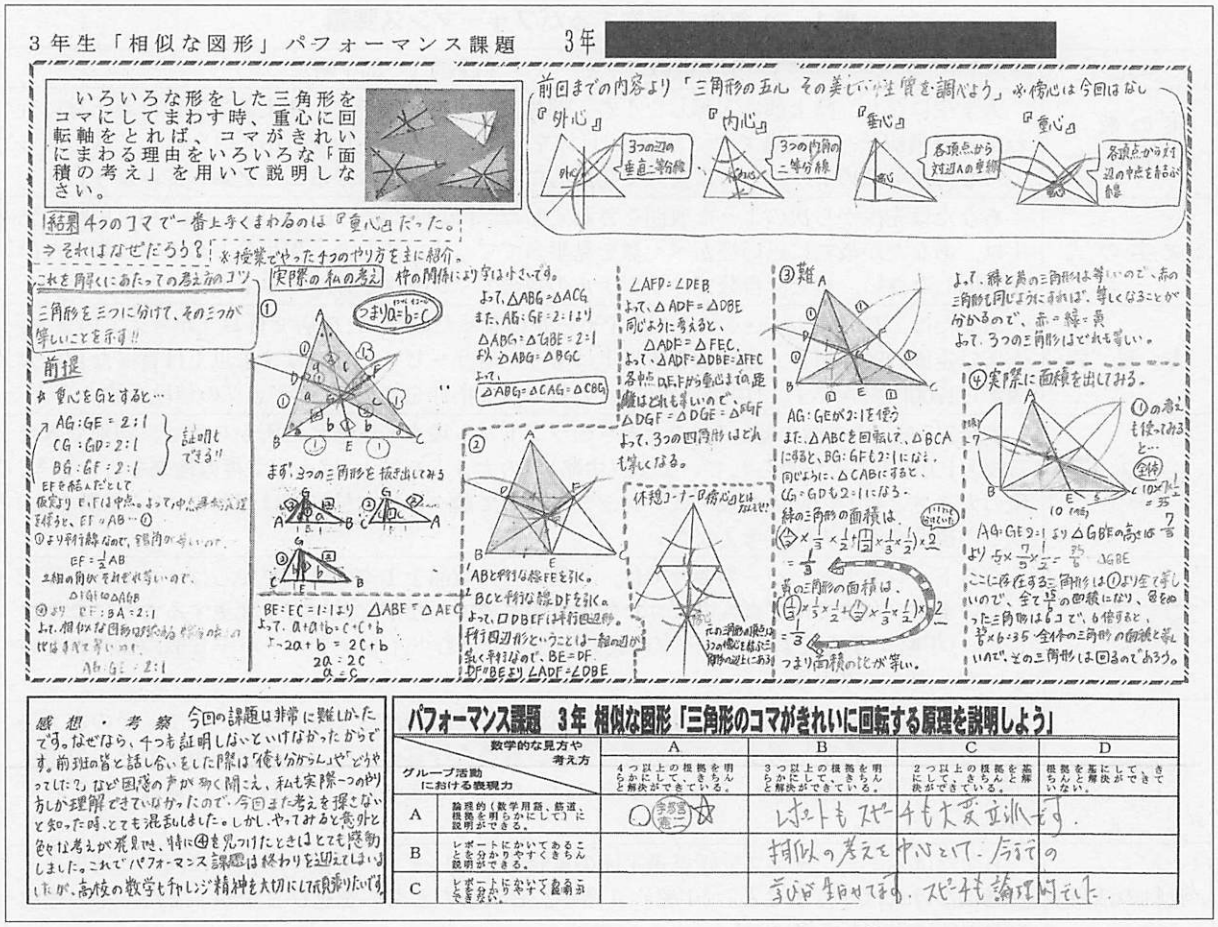


図１　生徒が作成したパフォーマンス課題のレポート

４　成果と課題

(1)　永続的な理解につながるパフォーマンス課題の設定とルーブリックの作成

単元末にどんなことができるようになってほしいかを，教師が具体的に明らかにしておき，パフォーマンス評価を実施する。パフォーマンス課題は，日常のリアルな文脈の中で，身に付けた知識やスキルを応用，統合し，使いこなすような課題である。日常生活や社会の問題を新たな視点で解決しようとしたり，数学の世界の問題を発展的に考察しようとしたりする中で，新たな数学と出会い，深めていく必要性を感じ取れるように意図するものである。課題の作成にあたっては，全国学力・学習状況調査の問題をアレンジすることもあった。**（次頁表１　１年生で実施するパフォーマンス課題）**

評価指針となるルーブリックは，縦軸にスピーチの評価，横軸にレポート内容の評価をとり，二元表にした。あらかじめルーブリックは生徒に示し，どのようなレポートを作り，発表会でどのような説明をすればよいか，「論理的」を意識させながら，レポート作成に取り組ませた。二元型ルーブリック（**図２**）では，○印が自己評価，☆が友達が付けた他者評価，ハンコが教師の評価とした。このように３者が別々の箇所に評価を付けることもある。また，生徒一人ひとりのスピーチをＩＣレコーダーで録音し，教師が評価し，コメントを書き込んだ。

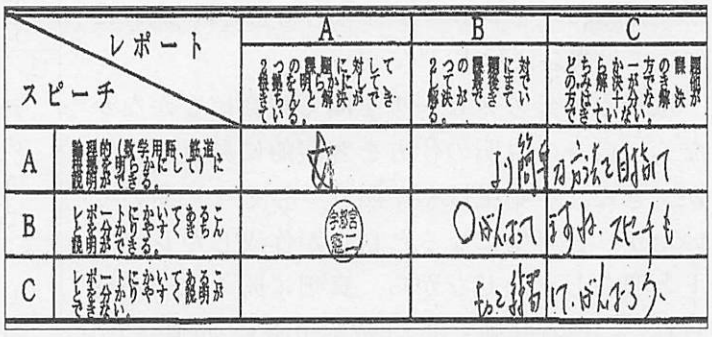


図２　パフォーマンス課題のルーブリック

表１　１年生で実施するパフォーマンス課題

単元名	１年生のパフォーマンス課題（一部中略）
正の数・負の数	大学生になり，陸上部に入部したＪ君。部員は全員で10人です。陸上部の目標はお正月に行われる箱根駅伝への出場です。（中略）目標を立ててから２ヶ月後の10人の合計タイムをいろいろな方法で求めよう。さらに自分で発展的に考えて，他に分かることを調べてみよう。
文字の式	あなたは先生から次のような質問をされました。「最初に数を１つ決めて下さい」（中略）先生は，あなたが最初に思い浮かべた数を見事当ててしまいました。先生はどのように考えたのか説明しなさい。また，自分でオリジナルの数当てマジックを作ってみよう！
方程式	あなたは，Ｔシャツがいくつかの店でセールになったので，どの店で買おうか考えています。Ａ店は定価の30％引き，Ｂ店は２着以上はもう一着サービス，Ｃ店は３着以上は買った合計金額から1200円引きです。（中略）他にも，いろいろと条件を変えて，Ｔシャツの値段を求めよう。
変化と対応	直径7.5㎜，すき間の幅1.5㎜の大きさのランドルト環を５ｍ離れた所から見て、判別できたら視力1.0とすると決められています。(中略)環の大きさを拡大･縮小して視力検査を行うとき，環の大きさと視力の関係を表・式・グラフを使って調べ、視力検査では測れない0.1未満や3.0以上の視力を測る方法を考えなさい。
平面図形	あるトイレットペーパーの会社では，６個入りの製品を１本のテープでしばったものを販売しています。今までは写真Ａのような並べ方のものでしたが，並べ方を変更することになりました。（中略）写真Ａよりもテープの長さが短くて済むトイレットペーパー６個の並べ方をいろいろと調べてみよう。
空間図形	縦20cm，横28cm，高さ18cmの直方体の容器に水が４cmの高さまで入っています。その水を運ぶことにしましたが，あまりにも重すぎます。容器を写真の状態（水面が三角形で３つの頂点が直方体の頂点と重なる）に傾けて水をこぼして軽くしました。こぼれた水の量は一体どれくらいだったのか。
資料の活用	あなたはスキージャンプ愛媛県選手団の監督をしています。愛媛冬の国体に向けて選手を一人選ばなければなりません。（中略）Ａ選手，Ｂ選手のどちらを選びますか。また，その理由も論理的に説明しなさい。

「パフォーマンス課題の設定とルーブリックの作成」について成果と課題を以下にまとめる。

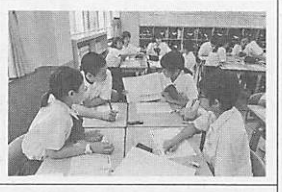
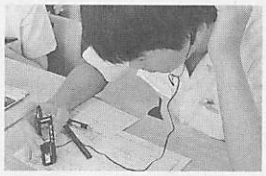
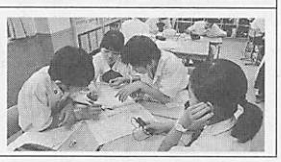
成　　果	課　　題
○評価方法を先に構想することで，生徒に何を身に付けさせたいかが明確になった。 ○自己，他者，教師の三者の評価を行うことで，自分を客観的に見つめるメタ認知につながった。	●深い思考を伴うパフォーマンス課題の作成には時間と労力がかかる。 ●信頼性と妥当性の高いルーブリックをいかに作成していくか。 ●評価したものをどの観点に位置づけていくか。

(2)　パフォーマンス課題の発表会において自らの説明を振り返る場の設定

パフォーマンス課題のレポートの発表会では教師が全ての生徒のスピーチを正しく評価できるようにするため，また，生徒が自分のスピーチを聞き，振り返る活動を取り入れ，今後に生かすためにＩＣレコーダーを活用した。（流れについては**表２**に示す。）

生徒が自分のスピーチを聞く機会はなかなかなく，自身の説明の仕方を客観的に見直すことができた。１年生はやや照れくさそうに聞いていたが，３年生になると自らが作成したレポートと照らし合わせながら，真剣に聞く様子が見られた。他者評価では，「数学用語」「筋道立て」「根拠」「はっきりと大きな声」の４観点10点満

表２　パフォーマンス課題の発表会の流れ

①　４人班（生徒ＡＢＣＤ）でグループを作り，生徒Ａから順に発表する。（班にＩＣレコーダーを準備）	
②　ＩＣレコーダーで録音しておいた自分のスピーチを，生徒Ａから順にイヤホンで聞いていく。	
③　②の活動中，生徒ＢＣＤが生徒Ａのレポートやスピーチを協力して評価する。	

点とし，一言アドバイスも書かせた。

表３は，１年生後半から２年生前半にかけて，約１年間のパフォーマンス課題の評価を推移したものである。教師が10点満点で評価し，全員の平均をグラフ化した。レポート点では，２年生なってからは大きく向上した。スピーチ点では，回を重ねるにつれて，伸びが見られた。同じような傾向で推移していることから，この２つに相関関係があることも分かった。**表４**は，スピーチ点を更に細かく「筋道立てた説明」「数学用語の使用」「はっきりと伝わる声」「重要な所を強調する抑揚」「根拠を明らかに説明」の５項目で５点満点で評価したものである。どの項目も１回目から２回目にかけて向上し，１度ＩＣレコーダーで自分の説明を聞くと，意識も高まり，スピーチ点が大きく向上したと考える。また，「根拠を明らかに説明」の項目は，回を重ねるにつれ，右上がりのグラフとなり，論理的に説明する力が徐々に向上していることがわかった。「自らの説明を振り返る場を設定する」ことで見えてきた成果と課題を以下にまとめる。

表３　レポート・スピーチの半年間の評価の推移

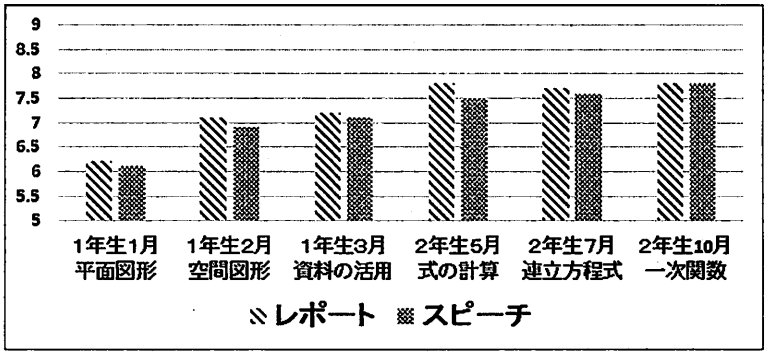
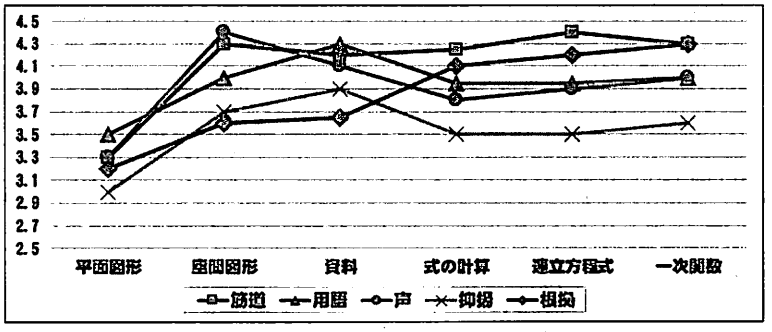


表４　スピーチの評価



成　　果	課　　題
○論理的な説明であったかを，客観的に見つめ直すことで，次の発表会に向けての意欲付けになった。 ○自分の説明を他の生徒と聞き比べることで，新たな発見や課題が見つかった。	●録音や評価を意識するあまり，自信を持って，論理的なスピーチができないことがある。 ●レポート作成や発表会，振り返りの時間など，時間の確保が難しい。

５　おわりに

パフォーマンス評価は，今後に向けて課題は山積みではあるが，思考や関心・意欲・態度など，見えにくい学力を高めるために，生徒のパフォーマンスと真摯に向き合う時間は必要である。生徒達が時間をかけて作成したレポートやスピーチが認められると，更に自信を持ち，自らの考えを伝えることの楽しさを感じるはずである。パフォーマンス課題を定期的に課すことは「数学的な表現力を用いた論理的な説明」が重要であるというメッセージを発することになると考える。今後，よりリアルで深い思考力を問うパフォーマンス課題を作るためにも，他教科と連携を図るなどカリキュラム・マネジメントを進めていきたい。

参考文献

国立教育政策研究所教育課程研究センター（平成24年度）　全国学力・学習状況調査の結果を踏まえた授業アイディア例中学校
西岡加名恵（2008）「『逆向き設計』で確かな学力を保障する」明治図書
飯窪真也，齋藤萌木，白水始（2017）「知識構成型ジグソー法による数学授業」明治図書

研究（その２）

数学的に問題発見・解決する力が育つ数学科授業の展開

ー第１学年「文字の式」の学習を通してー

（実践者）山本　泰久

１　研究テーマ設定の理由

子どもたち一人一人が豊かな人生を切り拓き，持続可能な社会の創り手となるためには，未知の状況にも対応できる優れた問題解決者となることが求められる。複雑多岐にわたる現実の問題場面や状況において，子どもたちがよりよく問題を解決できるようになるためには，解き方があらかじめ定まった問題を効率よく解く学びだけでは不十分である。次代を担う子どもたちには，具体的な文脈や状況の中で，必要な情報を主体的に判断して収集，選択し，自ら問いを立て，他者と協働しながら，知識及び技能を総合的に活用して問題解決する学びが不可欠である。特に日常や社会における問題を数理的に捉えて解決する場合には，数学的に問題発見・解決する力が必須となる。生徒がそのような力を身に付けることで，その後に出合う新たな問題解決にも見通しを持って主体的に取り組むことができるようになるであろう。さらに，具体的な文脈や状況の中での問題解決では，解決の過程や結果を振り返り，様々な条件や仮定の妥当性や合理性を論理的・批判的に検討し，修正・改善を加えながら合意形成を図ることが自ずと必要となる。そこで，数学的に問題発見・解決する力が育つ授業を構想し，その実践を積み重ねていくことが「解決の過程や結果を振り返って修正・改善する力」の育成にもつながっていくと考え，本研究テーマを設定した。

２　研究の内容及び方法

(1)　「逆向き設計」論に基づいた指導計画の構想

第１学年「文字の式」における実践を通して研究を行った。本単元は，数学の学習を支える概念である文字や文字を用いた式について学ぶ重要な単元であり，数学的な見方・考え方を見いだしながら新たな問題解決の方法を学ぶことができる単元でもある。本研究では，数学的に問題発見・解決する力を捉える観点を明確にした上で，「逆向き設計」論に基づいて目標と評価方法を対応させた指導計画を構想した。

(2)　数学的に問題発見・解決する力が育つ指導の工夫

数学的に問題発見・解決する力を育成するためには，数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動を通した学びを展開することが重要である。数学的活動とは，事象を数理的に捉え，数学の問題を見いだし，問題を自立的，協働的に解決する過程を遂行することである。本研究では，生徒の数学的に問題発見・解決する力が育つ数学的活動を構成するために，次の３つの視点から指導の工夫を考えた。

ア　生徒が追究する意義を実感できる問題

イ　論理的・批判的に検討する学び合い

ウ　数学的な見方・考え方の自覚を促す振り返り

３　研究の実際

(1)　「逆向き設計」論に基づいた指導計画の構想

まず，数学的に問題発見・解決する力を捉える観点を明確にし，ルーブリックを作成した。その際，愛媛大学研究パートナーの吉村からは，次のような助言があった。

ルーブリックをつくる際には，一般の数学の学習・指導に役立つような一般評価基準をつくっておき，それを基に個別の課題に応じたルーブリックをつくると良い。

観点については，例えば①概念的な理解に関わる視点，②手続き的な理解に関わる視点，③過程に働く見方・考え方の視点，④表現に注目した視点，⑤検証・洗練・発展の視点，などが考えられる。それぞれの観点で評価項目をつくっておくと良い。

本研究では，数学的に問題発見・解決する力を「数学化する力」「論理的に考える力」「数学的に表現する力」「洗練化する力」という４つの観点で捉えることとし，ルーブリックには，各観点のパフォーマンスの特徴をＡ（単元終了時までに到達させたい理想的な状態），Ｂ（単元終了時までに到達させたい合格ライン），Ｃ（努力を要する状態）の３段階で記述した（**表１**）。本実践では，このルーブリックを意識しながら生徒の課題追究の状況を見取り，指導にあたった。

次に，「逆向き設計」論に基づいて単元指導計画を構想し，「逆向き」テンプレートを用いて次頁の**表２**のようにまとめた。数学的に問題発見･解決する力を育成することを念頭におきながら，単元の「本質的な問い」「永続的な理解」を明文化し，それに対応するパフォーマンス課題を設定した。

表１　数学的に問題発見・解決する力のルーブリック

	①数学化する力	②論理的に考える力	③数学的に表現する力	④洗練化する力
A	目的に応じて様々な観点で事象を考察し，数学的な問題を見いだすことができている。	数学的な見方・考え方を働かせて問題を能率的に解決し，解決の方法やその利点を説明することができる。	解決の過程や結果を，相手の理解状況に応じた表現方法で数学的に説明し伝えることができている。	結果の妥当性や合理性を検討し，修正・改善したり，統合的・発展的に考察したりしている。
B	特定の観点で事象を考察し，数学的な問題を見いだすことができている。	数学的な見方・考え方を働かせて問題を解決し，考えた過程を筋道立てて説明することができる。	目的に応じて，言葉だけでなく，数，式，図，表，グラフなどの数学的表現を用いて伝えることができている。	得られた結果の妥当性を検討し，修正・改善している。
C	※数学的な問題を見いだせていない生徒には，事象の中の数量や図形及びそれらの関係に着目してみるよう助言する。	※解決の見通しが立たない生徒には，小集団やペアで話し合う時間をとらせ，解決の糸口をつかませる。	※言葉のみで書いている生徒には，どのような数学的表現を用いると分かりやすくなるかを考えさせる。	※得られた結果の妥当性が評価できていない生徒には，小集団やペアで比較・検討する場を設定し考えさせる。

（※）Ｃと評価した生徒に対しては，適切な支援ができるようにするために，その手立てを記載した。

(2)　数学的に問題発見・解決する力が育つ指導の工夫

ア　生徒が追究する意義を実感できる問題

教師が「考えてみなさい」と主導するのではなく，生徒自らが主体となって問題解決に向かうことができるようにするために，生徒が追究する意義を実感できる問題について検討した。主体的な問題解決の原動力となるのは，問題から生じる「おや？」「なぜ？」という疑問であり，その疑問を追究する過程で生じる「どういう意味だろう？」「どうすればいいのだろう？」という課題である。本研究では，具体的な文脈や状況の中で生徒が抱く疑問を問題として設定し，生徒が目的に応じた観点に着目して事象を捉え，数学的な問題（課題）に焦点化していく過程を大切にした。実践として，「数学マジックのトリックを解明しよう！」という主題で行った授業を紹介する。フィボナッチ数列の持つ不思議な性質を生徒自身に発見させ，その性質が一般的に成り立つ根拠を，数量の関係に着目させながら追究させた。

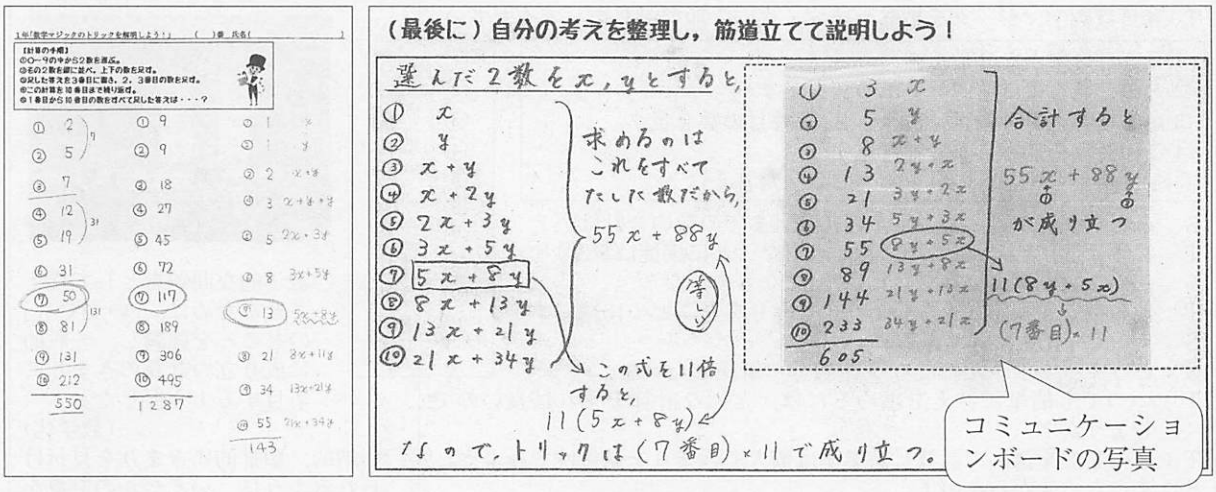
表２　「逆向き」テンプレートを用いた単元指導計画

<table>
<tr><th colspan="3">第１段階：求められている結果</th></tr>
<tr><td colspan="3">【研究テーマを踏まえた単元目標】
○文字式の必要性と意味を理解するとともに，数量の関係や法則などを一般的にかつ簡潔に表現して処理することができる。
○具体的な文脈や状況の中で，必要な情報を主体的に判断して収集，選択し，自ら問いを立て，他者と協働しながら，知識・技能や見方・考え方を総合的に活用して問題解決することができる。</td></tr>
<tr><td colspan="3">【本質的な問い】
なぜ文字式は必要なのだろうか？　文字式が活用できるようになることで，どのような問題解決が可能になるのだろうか？</td></tr>
<tr><td colspan="3">【永続的な理解】
文字式は，数量の関係や法則などを簡潔，明瞭にしかも一般的に表現するために必要である。また，文字式で表すことにより，数量の関係を具体的なものの意味に束縛されることなく，抽象的な数の関係として考察することができるようになる。</td></tr>
<tr><td colspan="3">【生徒は次のようなことができるようになる】
○文字式の必要性や意味
○文字式の乗除と一次式の加減の計算の仕方
○数量の関係や法則などを文字式で表したり，式の意味を読み取ったりすることができる。
○文字式の乗除と一次式の加減の計算ができる。
○数量の関係や法則などを等式や不等式で表すことができる。</td></tr>
<tr><td colspan="3">【単元目標に必要な「論理的に思考し表現する力」】
数量の関係や法則を文字式で表したり，必要に応じて式変形してその意味を読み取ったりして，見いだした関係や法則が一般的に成り立つことを筋道立てて説明することができる。</td></tr>
<tr><th colspan="3">第２段階：評価のための証拠</th></tr>
<tr><td colspan="3">【パフォーマンス課題】
数学マジックのトリックを解明し，簡単に答えを求める方法を解明しましょう。また，その計算方法でいつでも答えを求めることができるといえる根拠を説明しましょう。</td></tr>
<tr><td colspan="2">【パフォーマンス課題における評価規準】
○数の関係や法則などに着目して，数学的な問題として捉えている。
○数学的な見方・考え方を基にして，的確かつ能率的に処理し，考えた過程を筋道立てて説明している。
○目的に応じて，言葉だけでなく，数，式，図，表，グラフなどの数学的表現を用いて，友達と交流している。
○得られた結果の妥当性を考え，誰もが納得できる結論に修正・改善している。</td><td>【他の根拠】（評価方法等）
○課題追究状況の観察
○ワークシートの記述
○振り返りシートの記述
○コンセプトマップ</td></tr>
<tr><th colspan="3">第３段階　学習計画（全18時間）　※〔　〕は主な数学的活動を示している。</th></tr>
<tr><td>1</td><td>数量を文字式で表す〔身の回りにある数量を文字式で表したり，式を読み取ったりする活動〕</td><td>２時間</td></tr>
<tr><td>2</td><td>文字式の表し方</td><td>３時間</td></tr>
<tr><td>3</td><td>式の値〔文字式に値を代入し，身の回りの具体的な場面と結び付ける活動〕</td><td>２時間</td></tr>
<tr><td>4</td><td>一次式の加法・減法〔計算の仕方を見いだし，説明し伝え合う活動〕</td><td>２時間</td></tr>
<tr><td>5</td><td>一次式と数の乗法・除法〔計算の仕方を見いだし，説明し伝え合う活動〕</td><td>３時間</td></tr>
<tr><td>6</td><td>等式と不等式〔数量の関係や法則を等式や不等式で表したり，その式を読み取ったりする活動〕</td><td>３時間</td></tr>
<tr><td>7</td><td>コンセプトマップ〔学びとった知識及び技能や見方･考え方を振り返り，構造化して理解する活動〕</td><td>１時間</td></tr>
<tr><td>8</td><td>パフォーマンス課題〔知識及び技能，見方･考え方を総合的に活用し，協働して問題解決する活動〕</td><td>１時間</td></tr>
<tr><td>9</td><td>総括的評価（単元別テスト）</td><td>１時間</td></tr>
</table>

イ　論理的・批判的に検討する学び合い

生徒同士の学び合いを充実させるために，ワークシートを工夫したり，コミュニケーションボードを利用したりして思考過程を可視化させた。そうすることで，自他の考えを論理的・批判的に振り返って修正・改善させたり，数学的表現を用いて洗練化させたりし，よりよい考えを全体で共有させることができると考えた。本実践では，ワークシートには自分の考えを書かせ，小集団で練り合った考えは直接コミュニケーションボードに書かせた。そして，授業の最後に小集団や全体での話合いを振り返らせながら，自分の考えを再構築してワークシートにまとめさせた。コ

ミュニケーションボードも思考過程を表すものとし，ボードを写真に撮ったものを各自に配付し，ワークシートに添付させた。生徒が作成したワークシートを**資料１**に示す。



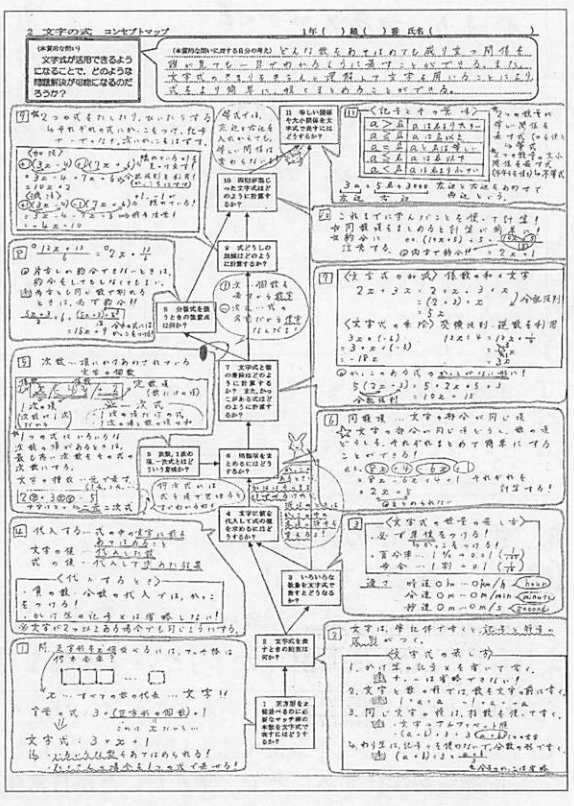
資料１　ワークシート

ウ　数学的な見方・考え方の自覚を促す振り返り

数学的な見方・考え方は，振り返って比較・統合することで，より柔軟に機能する汎用性を獲得する。本研究では，見方・考え方を自覚させる手立てとして振り返りシート（**資料２**）を，見方・考え方を構造化して俯瞰的に捉えさせる手立てとしてコンセプトマップ（**資料３**）を活用した。振り返りの視点は「理解したこと・できるようになったこと」「学習前より成長した自分・新たな課題」の２点とし，毎授業後に記入させた。また，コンセプトマップとは，単元で学習する内容から基本となる学習要素を抽出し，関係のある要素を矢印で結び，構造化したものである。単元の学習終了後，教師が作成したコンセプトマップを生徒に配付し，余白部分に習得した知識及び技能や数学的な見方・考え方を書き込ませた。



資料２　振り返りシート



資料３　コンセプトマップ

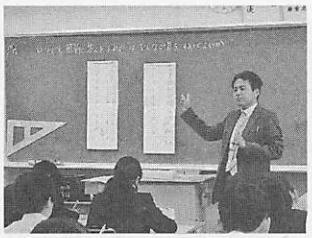
エ　授業の実際

T：教師の働きかけ　S：生徒の反応	○指導の工夫（ルーブリックの観点）

T：今日は数学マジックを披露します。次の手順で計算をしてください。

①０～９の中から２数を選ぶ。
②その２数を縦に並べ，上下の数を足す。
③足した答えを３番目に書き，２，３番目の数を足す。
④この計算を10番目まで繰り返す。
⑤１番目から10番目の数をすべて足した答えは？

①	3
②	7
③	10
④	17
⑤	27
⑥	44
⑦	71
⑧	115
⑨	186
⑩	301
	781



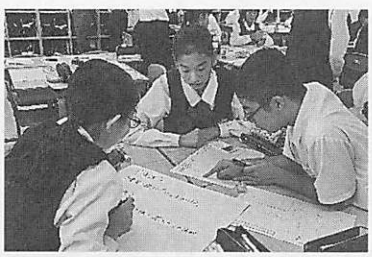
○数学的な問題をとして捉えさせるために，「いつでも」のところを強調し，一般的に成り立つ計算のきまりに着目するよう促した。（数学化）

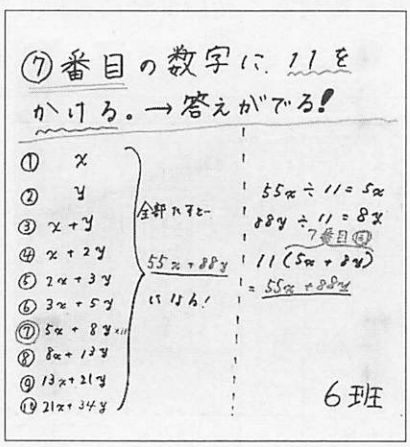
S：３と７を選ぶと，１番目から10番目までの数の合計は…？
T：答えは781です！（瞬時に答え求めたことに生徒は驚く）
S：どんな数を選んでも，答えは781になるのかな？
T：他の数でも試してみましょう。４と９を選ぶと…1012です！
S：え～!?　先生，速すぎるよ。
S：どうやって求めたのだろう？ 自分で解決したいな。
T：いつでも簡単に答えを求めるには，どんな計算をすれば良いのでしょうか？
T：他の２数を選んで計算し，まずは個人できまりを見付けてみよう。
S：まったく分からないよ。
S：先生は上の方を見て，答えていた気がしたけど…？
T：今日は班で協力して解決していこう。各班にコミュニケーションボードを配るので，考えたことを書き込みながら練り合ってみましょう。
S：３個ずつ区切って和を求めると，きまりが見付かるかもしれないよ。
S：答えは何かの倍数になっているのかもしれないよ。
T：悩んでいる班が多いので，ヒントを出します。先生は10個の数のうち１つの数だけを見れば答えを求めることができます。
S：えっ，１つだけ!?　１番目の数かな？
S：７番目の数に11をかけると答えが分かるよ！
S：不思議だね。どうして「７番目×11」で分かるんだろう？　根拠は？
T：そうだね。この計算がいつでも成り立つ根拠をはっきりさせないと納得できないね。班で考えてみよう。
S：文字を使えば，いつでも「７番目×11」になることが分かったよ。

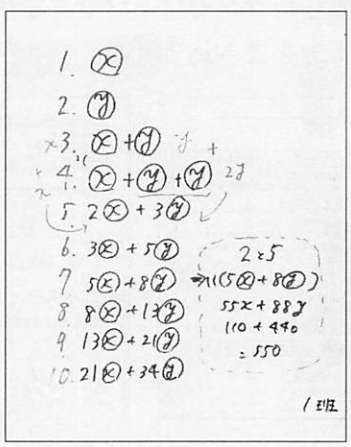
○指導の工夫（ルーブリックの観点）

○帰納的，類推的にきまりを見付けられるように，いくつかの計算をさせた。（論理的）

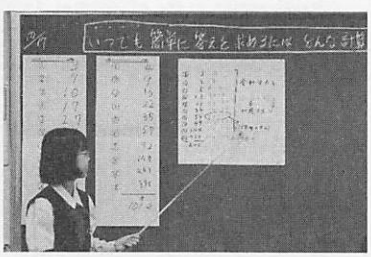
○小集団で考えを論理的・批判的に検討させるために，考えをコミュニケーションボードに可視化させながら話し合わせた。（論理的・表現）







○結果の妥当性を検討させるために，「いつでも」成り立つ根拠を追究させた。（洗練化）



○見方・考え方を統合させるために，働かせた見方・考え方を共有化させた。（洗練化）

T：授業を振り返って，どのように考えたことが良かったと思いますか？
S：いくつかのパターンを調べることで，きまりを見付けられました。
S：「いつでも」ということを意識すると，文字式という考えを思いつくことができました。

(3)　生徒の学びの実際

【観点①　数学化する力】

教師が瞬時に答えを求めたことに驚きと疑問を持ち，「どんな計算のきまりがあるのか？」「きまりはいつでも成り立つか？」という課題を見いだした。振り返りには次のような記述があった。

○初めに先生が簡単に解いているのを見て，びっくりしました。
○「分からないものをxにする」「何パターンもあるものをxとする」という考え方を使いました。このように問題を数学化することで，学んだことが日常生活でも使えるようになると思います。
○他の場面でも積極的に文字式や方程式を使っていきたいです。

【観点②　論理的に考える力】【観点③　数学的に表現する力】

個人で追究する場面では，生徒は「答えに共通点があるのでは？」「何かの倍数になっているのでは？」など，帰納的，類推的な考え方を働かせて主体的に追究できていた。さらに小集団で追究する場面では，考えをコミュニケーションボードに書き込みながら伝え合うことができていた。授業参観者からは「ボードは，根拠や言葉の式など記入し，後で振り返るときに役立つ。また，全体で共有するときの説明がより論理的になる。自分で考えをまとめる活動もボードを見ながら書いている生徒が多かった。」という意見があった。振り返りには次のような記述があった。

○解くときに意識したことは，**いつでもどんな問題でも解けるようにする**ということです。文字はどんな数でも当てはめて代入することができるので便利だと思いました。習ったことを活用できたので良かったです。
○**文字式を使えば，様々な場合を想定できる**と分かった。話合いで面白い意見が出たので，**自分の考えの発展**にもなった。今後も法則を考えるときなどには文字式を用いて解決していきたい。
○答えを求めるまでの計算を**筋道立てて考える**ことができました。
○全く分からなかったけれど，班の人の意見や周りの意見を聞いて，**すごく納得しました。**

【観点④　洗練化する力】

授業の実際にあるように，きまりが一般的に成り立つ根拠を論理的・批判的に検討し，追究することができた。終末の振り返りの場面では，文字式を活用した問題解決の有用性を全体で共有することができた。しかし，本実践で扱った問題は発展性のある題材であったが，生徒の思考はそこまでには至らなかった。生徒が問題の条件や解決の過程等を振り返り，さらに発展的に考えることができるようになることが今後の課題である。振り返りには次のような記述があった。

○１通りでなく，いくつかの考え方をして，**答えが本当かということを確かめないといけない**と思いました。
○友達と意見を言い合って，**間違っていたところに気付いたり，意見を共有したりする**ことができました。今まで習ったことを思い出しながら問題を解こうとすることができたので良かったです。
○私たちの班は，数を文字に変えて考えました。**皆が理解しやすいように説明**したり，今まで使ってきたことが生かせたりしました。
○コンセプトマップを書くことで，今までのことを思い出し，**関連付けることで頭の中が整理**できている。

4　成果と課題

本研究で講じた指導の工夫は，本実践における生徒の課題追究の状況や振り返りの記述から，数学的に問題発見・解決する力の育成の一助に成り得ることが分かった。さらに，単元終了後に行った質問紙調査では，「具体的な場面から自分で課題を見いだし，これまでに学習してきたことを活用したり，友達と話し合ったりしながら問題解決する学習は，必要だと思いますか？」という質問に対し，生徒全員が肯定的な回答であった。理由として**「今後，問題が発生したときに問題解決を楽にできると思ったからです」「小学校の頃は何のために数学を学ぶのか分かっていませんでした。理由は日常的な場面で数学を使っていなかったからです。具体的な場面から自分で課題を見付け，習ったことを活用することは大切だと思います」**等の記述があり，数学的に問題発見・解決することの必要性を実感していることが伺えた。今後は，生徒自らが課題を発展させて新たな問いを見いだしていけるよう指導の手立てを講じていきたい。

また，本実践では**「いつでもどんな問題でも解けるように」「自分の考えの発展」「答えが本当かということを確かめないといけない」「皆が理解しやすいように説明」**など，結果を得た後もよりよさを追究する生徒の姿が見られた。これらは，持続可能な社会を支える資質・能力である「修正・改善する力」を発揮した姿の一端と捉えることができる。他の領域・単元でも数学的に問題発見・解決する力が育つ学びを展開し，生徒一人一人によりよさを志向することの価値を自覚させることで，修正・改善する力はより確かなものになることが期待できるであろう。

参考文献

西村圭一（2016）「真の問題解決能力を育てる数学授業　ー資質・能力の育成を目指してー」明治図書
奈須正裕（2017）「『資質・能力』と学びのメカニズム」東洋館出版社

第３章　おわりに

研究主題「持続可能な社会を支える資質・能力の育成―論理的に思考し表現する学び合いを通して―」の下，数学科では「解決の過程や結果を振り返って修正・改善する力の育成」を教科領域別研究テーマに掲げ，実践研究を進めてきた。これまでの研究から，修正・改善する力は，生徒が論理的に思考し表現する力を駆使しながら深い学びを形成する過程において，よりよさを追究する姿として現れることが分かった。生徒一人一人がよりよさを志向することの価値を自覚することで，修正・改善する力はより確かなものになっていくであろう。

３か年研究の総括として，「修正・改善する力を発揮して学ぶ姿」の実現に結びついた指導の成果（○）と今後の課題（▲）を整理し，来期の新たな研究につなげていきたい。

問題設定，導入の場面

○日常生活の中に潜む疑問を数学化した教材や，生徒が直感的に持つ先入観を生かした教材をパフォーマンス課題として設定することで，解決の過程や結果の妥当性をクリティカル・シンキング（批判的思考）を使って吟味しようとする態度を引き出すことができた。

○オープンエンド・アプローチの問題を設定することで，生徒に「自分の考えをみんなに伝えたい」「自分の考えと友達の考えとを比較してみたい」という思いを持たせることができた。

○問題把握の場面で，「問答ゲーム」の手法を取り入れたことで，事象を数理的に捉え解決するための要素や数学的な見方・考え方を見いださせることができた。

▲「本質的な問い」「永続的な理解」に対応し，領域・単元を超えたパフォーマンス課題を開発する必要がある。

課題追究の場面

○授業展開を「理解の場」「比較の場」「振り返りの場」という３つの場面に分けて捉え，それぞれの場面に応じた発問を工夫することで，数学科で育てたい妥当性・一般性・発展性を追究しようとする態度を引き出すことができた。

○日常や社会における問題解決を扱うことで，様々な条件や仮定の妥当性や合理性を論理的・批判的に検討し，修正・改善を加えながら合意形成を図る状況をつくることができ，その過程でより広く適用できる方法に修正したり，誰にとっても分かりやすい表現に改善したりするなど結果を得た後もよりよさを追究しようとする態度を引き出すことができた。

▲問題の条件や解決の過程等を振り返り，結果の妥当性については検討できたものの，発展させて新たな問いを見いだすまでには至っていない。

振り返りの場面

○数学の問題解決における思考モデルである「捉える」「解決する」「活かす」を関連付けてまとめる「まとめノート」を作成させることで，働かせた数学的な見方・考え方や問題解決の方法を振り返らせることができ，それらを新たな学習に活用しようとする態度を引き出すことができた。

○ＩＣレコーダーを利用して，生徒に自身の発表を聞き直させることで，自分の説明の良かった点，課題点を自覚させることができ，自分の表現を見直させる機会となった。また，自他の発表を聞き比べさせることで，新たな発見や課題を見付けさせることができた。

○パフォーマンス課題で作成したレポートの評価を，ルーブリックを用いて自己，他者，教師の三者で行うことで，生徒のメタ認知能力を高めることができた。

▲ルーブリックの作成をはじめとした評価の研究を行い，研究がより客観性・妥当性のあるものにしていく必要がある。