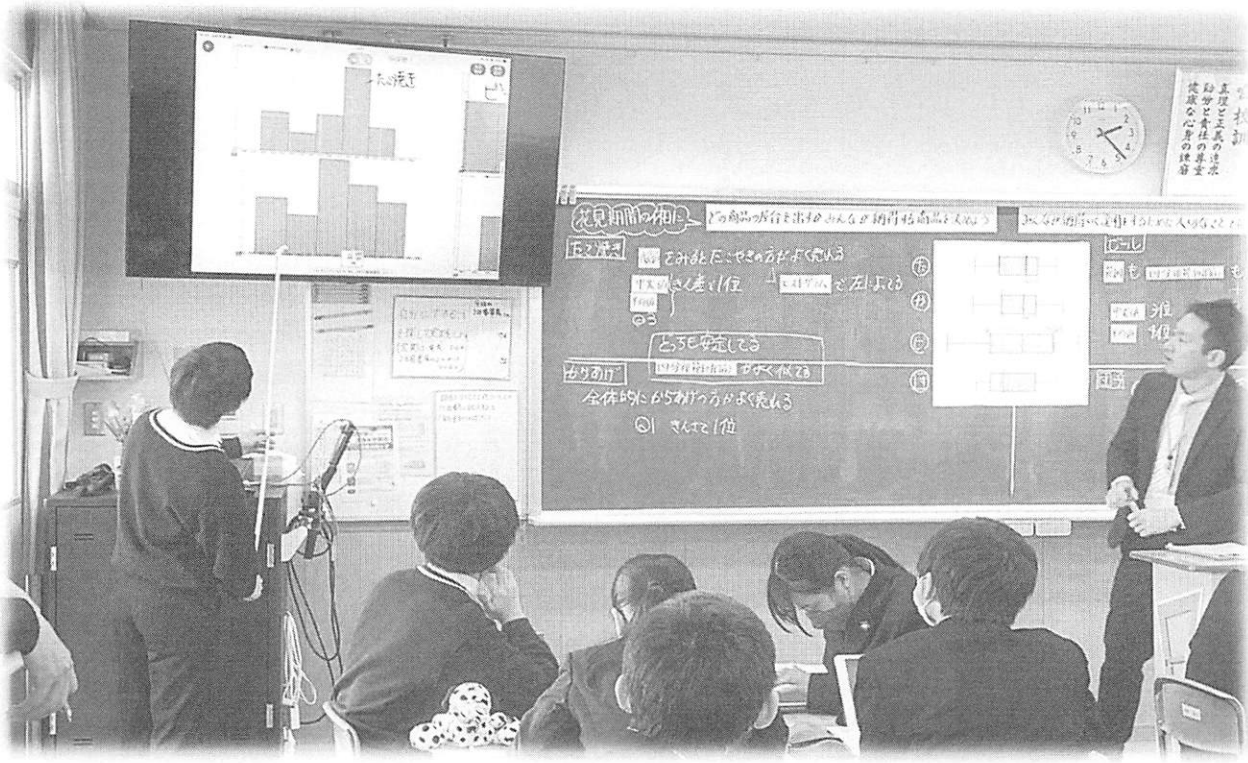
数学科

教科領域別研究テーマ

【見通しを立てて問題発見・解決する生徒が育つ学習指導と評価の工夫】







見通しを立てて問題発見・解決する生徒が育つ学習指導と評価の工夫

実践者　尾辻　耕一朗、冨永　剛志、新上　理哲
愛媛大学研究パートナー　安部　利之、河村　泰之、觀音　幸雄
原本　博史、吉村　直道

1　研究テーマ設定の理由

数学科では、事象から問題を発見して解決し、その過程を振り返りながら、よりよい解決の方法を考え続けることで発展させて数学的に考える力を育んでいく。VUCAの時代と呼ばれるこれからの社会で、自ら問題を発見し解決していける生徒を育成するためには、数学科教育の中で、標準的な解法の定まった問題を正しく解く能力だけでなく、複雑で見慣れない非定型なCUN（Complex Unfamiliar and Non-routine）問題を解く能力を高めることが求められている。

そのため、問題の発見・解決の過程で、数学的な見方・考え方を働かせて事象を数理的に捉えたり考えたりすることにより論理的な思考力を高めるとともに、数学的な直観力や数覚（数学的現象を知覚する感覚）を養い、数学的な創造性やコミュニケーションをより豊かに育んでいく。こうして、新たな社会に対応できる問題解決能力の向上を図っている。このような学びの中で、生徒自身が目的意識を持って問題発見・解決のプロセスをよりよく遂行し、AARサイクルを回していくことにより、エージェンシーを育んでいく。

生徒自らがエージェンシーを発揮して問題発見・解決のサイクルを実行していくためには、状況や結果、解決方法などの見通しをいかに立てるかが重要であると考える。数学科では、見通しを立てて問題発見・解決する生徒が育つ学習指導と、そのような生徒が育つための評価を工夫していくことで、エージェンシーを発揮して変革を起こす力を持った生徒へと育っていくと考え、本研究テーマを設定した。

2　研究の内容及び方法

状況や結果、解決方法などの見通しを立てて問題を発見したり解決に当たったりできるようにメタ認知力の向上に重点を置いて、指導と評価の在り方を追究する。生徒が数学科の学びの中で、自分が考えていることや考えたことを客観的に見直し、自分の思考や行動を制御していけるように指導と評価を工夫する。

(1)　生徒に自己調整を促し、メタ認知力を高める指導の工夫

CUN問題を意識した題材を扱う中で、エージェンシー発揮のために問題の発見や解決の方向性に見通しを立てられるようにする。そのため、複雑化した情報を整理し、その中から必要なものを選択して活用することができる題材や問題提示を工夫する。

生徒に自己調整を促すために、問題解決につながった数学的な見方・考え方の転換点や他者の考えに触れたり、自身の取組を検証したりして改善したことに着目する振り返りの場を設定することで充実させる。

(2)　問題発見・解決のプロセスを振り返り、メタ認知力を高める評価の工夫

単元を貫く問いを立てるなど、単元や領域を俯瞰して今後の学びに見通しを持ちながら振り返りを行う。数学的な見方・考え方の良さを実感し、気付きを生かして以降の学習の見通しを立てられるように、数学的な見方・考え方の転換点に着目した振り返りを継続的に行う。

3　研究の実際

(1)　実践と検証　その１（実践者：尾辻　耕一朗）

ア　指導の実際

(ア)　単元名

箱ひげ図とデータの活用

(イ)　単元目標

○四分位範囲や箱ひげ図の必要性と意味を理解し、コンピュータなどの情報手段を用いるなどしてデータを整理し箱ひげ図で表すことができる。　「知識及び技能」

○四分位範囲や箱ひげ図を用いてデータの分布の傾向を比較して読み取り、批判的に考察し判断することができる。　「思考力、判断力、表現力等」

○四分位範囲や箱ひげ図の良さを実感して粘り強く考え、データの分布について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、四分位範囲や箱ひげ図を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたり、多様な考えを認めよりよく問題解決しようとしたりする。　「学びに向かう力、人間性等」

(ウ)　単元の評価基準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
四分位範囲や箱ひげ図の必要性と意味を理解し、コンピュータなどの情報手段を用いるなどしてデータを整理し箱ひげ図で表している。	四分位範囲や箱ひげ図を用いてデータの分布の傾向を比較して読み取り、批判的に考察し判断している。	①四分位範囲や箱ひげ図の良さを実感して粘り強く考え、データの分布について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ②四分位範囲や箱ひげ図を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。 ③多様な考えを認め、よりよく問題解決しようとしている。

(エ)　指導計画（全７時間）

次	時間	ねらい・学習活動	評価規準（評価方法）
１次	１	・スナック菓子の販売個数を表した箱ひげ図について考察することを通して、箱ひげ図の読み方を理解したり、データの分布を箱ひげ図に表したりできるようにする。	・箱ひげ図の意味を理解して、実際に箱ひげ図で表している。　(観察・ノート)
	２	・箱ひげ図とヒストグラムを比較することを通して、それぞれの良さや違いを理解できるようにする。	・箱ひげ図の良さや違いを理解している。 (観察・ノート)
	３	・二つの商品の販売個数を表す箱ひげ図やヒストグラムなどを比較して、各商品の販売傾向を調べることを通して、根拠を持って自分ならどちらの商品を販売するか意思決定できるようにする。	・各商品の販売傾向の特徴を箱ひげ図やヒストグラムから考察している。 (観察・ワークシート)
２次	４	・指示されたパフォーマンス課題を解決するために、自分の主張にあったデータを選び、根拠を明確にできるようにする。	・自分の主張に合ったデータを選び、根拠を持って表現している。 (観察・ワークシート)
	５本時	・前時でまとめた主張を基に、よりよい課題解決に向けて話合いをすることで、多面的、批判的に考察し、自分の主張を改めて整理できるようにする。	・課題解決に向けて、多面的、批判的に考察している。 (観察・ワークシート)
	６	・自分の主張に至った過程や、どのように数学的な考え方を働かせたかを振り返ることで、データの分析の仕方について理解を深める。	(パフォーマンス評価) 〈支援〉板書や仲間の意見などをICTで共有し、既習内容を活用しやすくする。
３次	７	・単元全体の学習内容についてのテストをすることを通して、単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価できるようにする。	・単元別テスト

(オ) 授業の実際（5／7時間）

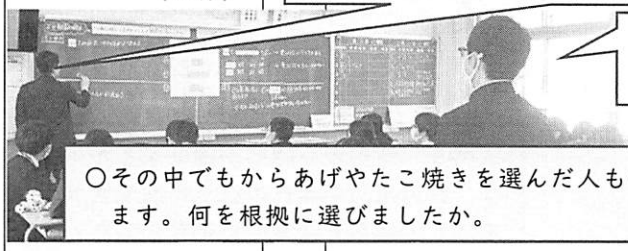
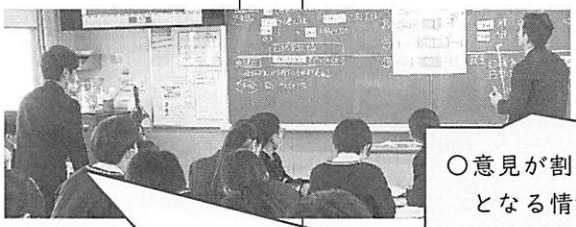
a　主題

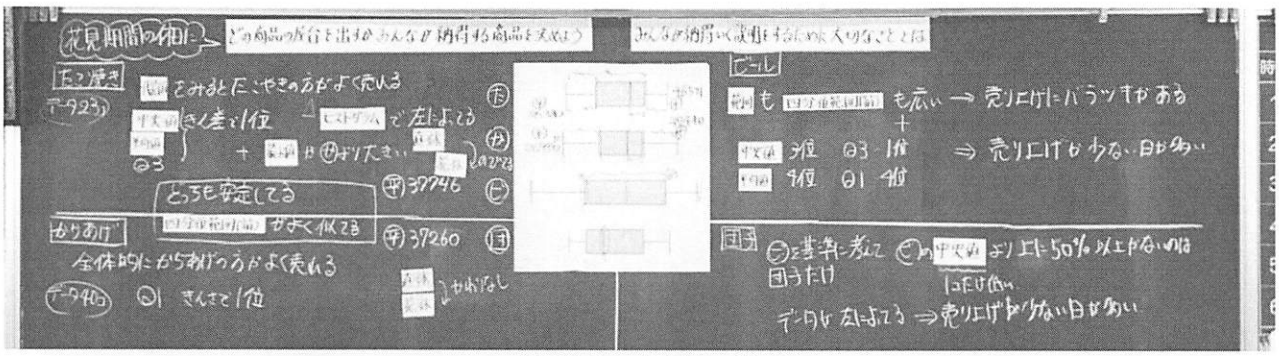
友達の説明を聞いてどの商品の屋台を出すかみんなが納得する商品を決めよう

b　ねらい

前時でまとめた主張を基に、よりよい課題解決に向けて話合いをすることで、多面的、批判的に考察し、自分の主張を改めて整理できる。

c　展開

学習活動（形態）	時間	○教師の働き掛け・生徒の反応	○指導の工夫 ◎評価規準（評価方法）
1　課題を確認した。（全体）	2	友達の説明を聞いて、どの商品の屋台を出すかみんなが納得する商品を決めよう。	
2　自分の主張を元に話し合った。 （小集団） ↓ （全体）	8	○自分の考えを伝え合って、どの商品の屋台を出すのが一番良いか話し合おう。 ○からあげとたこ焼きで迷っている人が多そうですが、なぜ迷っているのですか。  ・代表値にほとんど差が無いからです。 ○その中でもからあげやたこ焼きを選んだ人もいます。何を根拠に選びましたか。  ・期間ごとの箱ひげ図を比較して、休日によく売れる傾向が見られるからあげを選びました。 ○期間ごとの箱ひげ図を比較して、花見期間によく売れる傾向が見られるたこ焼きを選びました。  ○意見が割れていますね。決め手となる情報は無いでしょうか。 ・箱ひげ図だけでなく、ヒストグラムで分布を見ると良いと思います。	○思考を整理しながら議論を進めるために、選んだ商品とその理由が視覚的に分かるように板書をした（資料1）。 ◎互いに納得できる解について多面的、批判的に考察している。 （観察・ワークシート）
3　本時の学びの振り返りをした。（全体）	5	○みんなが納得のいく説明にするために、大切なことはなんですか。 ・箱ひげ図から大まかな傾向を読み取りつつも、本当にそうなるかをよく考えること。 ・一つの情報だけでなく、多くの情報から分析すること。	



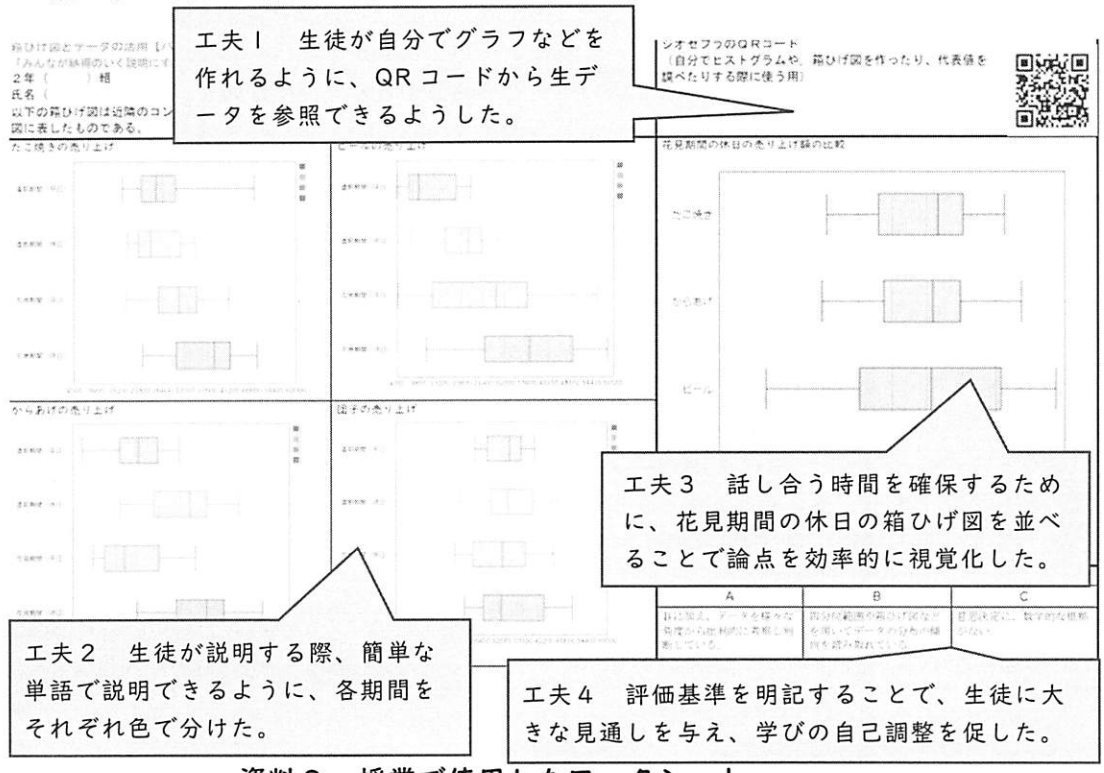
資料1　板書の様子

イ　生徒の学びの実際

(ア)　生徒に自己調整を促し、メタ認知力を高める指導の工夫

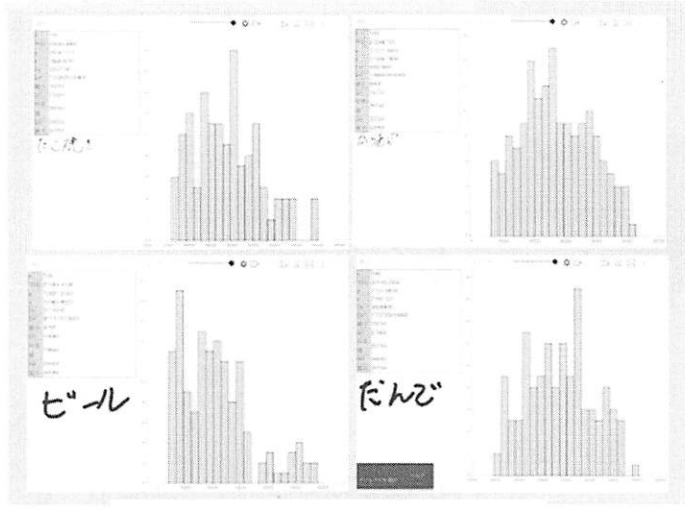
a　板書やワークシートの工夫

黒板が生徒同士の対話をつなぐツールとなるように工夫をした。生徒が発言した各商品の売り上げの特徴を、黒板を４分割にしてまとめた（資料１）。発言したことが構造的に表れていったことで「代表値についてからあげとたこ焼きに大きな差は無い」と商品の特徴に気付きやすくなった。



資料２　授業で使用したワークシート

また、生徒が見通しを立てて情報を整理し、自分の考えを表現しやすいようにワークシートのレイアウトに工夫をした（資料２）。これらの工夫により、自分の主張に合わせてデータを作ったり（資料３）、「赤色のデータをみると団子の売り上げが低いことがわかります」など、比較的簡単な単語で根拠となるデータを示していたりした。ただし、生徒が自分で資料を作成する場面では、生徒が扱うタブレット端末の仕様の関係で、表計算ソフトなどの扱いが困難であった。このことにより生徒が自分の主張に合わせて資料を作るなどの自己調整を働かせる場面が限定的になったため、情報教育室などでパソコンを使用するなど、ハードやソフトの面を考慮に入れて授業を計画する必要があると感じた。



資料３　生徒が自作した資料

b　多面的、批判的に考察させるためのファシリテートやデータの工夫

意思決定するための判断規準を明確にさせるために、生徒に三角ロジックを意識させた。個人でパフォーマンス課題の解決をしている段階では、「からあげを選ぶ」「たこ焼きを選ぶ」という主張に対して、「調理時間が長い方が行列になりやすい」「利益率を考えるなら原価の少ない商品を選ぶべきだ」といったデータと関係の無い理由付けをしている生徒もいた。授業の中では「どのデータからその主張ができましたか」と発問することで、根拠や理由付けを明確にさせていった（資料４）。



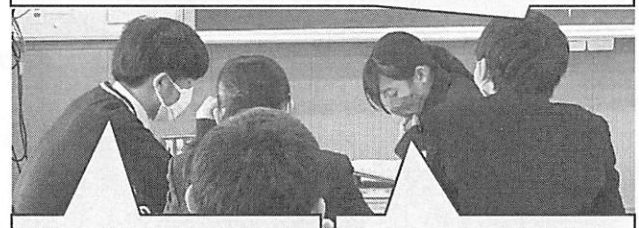
からあげを選びます。（主張）
からあげとたこ焼きでは代表値が似ていますが、ヒストグラムを見てみると、からあげの売り上げの分布は最大値に寄っていることが分かるからです。（根拠・理由付け）

資料４　三角ロジックを意識した発表の様子

生徒が意思決定をする際、課題意識を持たせるために、からあげとたこ焼きの代表値（中央値や四分位範囲、最大値、最小値など）は他の商品よりも高いが、これらの二つの商品では差がほとんど無いように設定した。このことにより、生徒は課題に対して様々な観点から自分の主張を展開していた。例えば、「平日と休日の売り上げの変化の推移を箱ひげ図から考えました」「ヒストグラムから詳しい売り上げの分布を考えるためヒストグラムを見ました」など根拠や理由付けをしながら議論できていた（資料５）。

また、意思決定の基準を更に明確にさせるために、団子の売り上げの代表値を他の商品よりも意図的に低く設定していた。このことにより生徒は「団子はなぜ選びませんでしたか」という発問に対して、「代表値が他の商品に比べて低いからです」「四分位範囲からみても売り上げが低い方に寄っているからです」など、自分が選ばない理由を明確にしていった。このように批判的な意見から、「最大値よりも分布を優先的に考える」など、意思決定の根拠に優先順位を付けることができていた。

からあげとたこ焼きは、代表値がほとんど同じだ。どのような観点で売り上げを比較しようかな。



箱ひげ図から期間ごとの売り上げの推移を見てみるのはどうだろう。

ヒストグラムで分布を見てみると売り上げの傾向が分かるかも。

資料５　課題意識を持って議論する様子

それでも意思決定をできない生徒もいたので、「決め手となった意見は何ですか」「納得した意見はどのようなものですか」などと全体の場で発問し、意見を他者の意見を共有する場を設定した。生徒は、他者の意見も聞きながら「このヒストグラムや代表値も根拠に使えるな」「最小値・最大値は外れ値の可能性があるから、四分位範囲を根拠に考えると良いだろうな」と考えていた。

これらの工夫により、多面的・批判的に考察できた一方、本単元の目標である箱ひげ図の良さが強調されなかったことが課題であった。箱ひげ図のメリットが感じられるデータも用意していくことの必要性を感じた。

(2) 実践と検証　その２（実践者：冨永　剛志）

ア　メタ認知力を高める評価の構想

構想として、三つの手立てを講じた。一つ目は、単元を通して身に付けさせたい資質・能力について、評価規準から生徒の問題解決の姿を捉え指導や評価につなげたことである。二つ目は、単元を俯瞰して学びを振り返る学習の記録「学びログ」を活用したことである。三つ目は、パフォーマンス課題の設定である。これらの取組を、２年単元「式の計算」における実践で示す。一つ目と三つ目は（ア）でまとめて示す。

（ア）評価規準から生徒の問題解決の姿を捉える・パフォーマンス課題の設定

単元における評価規準（図１）を基に、実際の学びの場面で生徒がどのような問題解決や思考方法を進めていくかについて、解決のキーワードになることや望ましい問題解決の過程を整理した。単元終盤に実施したパフォーマンス課題とそのルーブリックや解決のキーワード、望ましい問題解決の過程を図２に示す。

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
○簡単な整式の加法と減法及び単項式の乗法と除法の計算をしている。 ○具体的な事象の中の数量の関係を文字を用いて表したり、式の意味を読み取ったりしている。 ○文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明することを理解している。 ○目的に応じて簡単な式を変形している。	○具体的な数の計算や既に学習した計算の方法と関連付けて、整式の加法と減法及び単項式の乗法と除法の計算の方法を考察し表現している。 ○文字を用いた式を具体的な場面で活用（計算・求答に加え操作・説明の広がりを持って）している。	○文字を用いた式のよさ（機能性や一般性の保証）を実感して粘り強く考え、文字を用いた式について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、文字を用いた式を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しよう（計算・求答に加え操作・説明の広がり）としたりしている。

図１　２年「式の計算」における評価規準（　　部分は加筆）

【パフォーマンス課題】あなたはある建物の工事現場にいる監督です。安全な工事を行うため、建物に近づかないよう、建物から１ｍ離れたところに規制線を作ろうと考えています。どのような建物でも通用する規制線の長さの計算方法を編み出してください。計算方法の説明には、自分で作った建物の例を用いて説明しましょう。

	知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
A	Ｂより、いろいろな図形においても構成要素の変わらない部分に着目して数量を捉えることができる。	Ｂより、いろいろな図形において考察が成り立つことを図や文字式等を用いて分かりやすく説明することができる。	Ｂより、いろいろな図形において考察が成り立つことを、文字式を用いることの良さを生かして取り組んでいる。
B	図形の構成要素に着目し、建物の周の長さから長くなる部分を捉え、数量を表すことができる。	規制線の長さを、文字を用いて一般的に考察して表現し、その仕組みを説明することができる。	具体的な例から一般的な計算方法を見いだそうと粘り強く考え、文字式の意味や役割を問題解決に生かそうとしている。
C	図形の構成要素に着目することができず、規制線の図形を表現することができない。また、数量を捉えることができず式に表せない。	具体的な例では規制線の長さを求めることができるが、他の例では説明できない。あるいは具体的な例でも説明できない。	文字の役割や良さを理解できておらず、具体的な例の説明で終えている。

解決のキーワード	○規制線が直線と弧で作られている ○規制エリアが「長方形とおうぎ形」で作られている ○おうぎ形を集めると一つの円になる ◎いつでも成り立つことのうち、大切なことは二つだ。 ・直線部分は基の建物の周の長さと等しくなること。 ・「角」を集めると「円一つ分」の「360度になる」こと。 ○三角形の角の和は180度 ○四角形の角の和は360度	◎いつでもいえることを説明するために、辺と角に着目する。 ○●角形の一つの内角をa度 ○長方形の角は90度 ○外側にできるおうぎ形の中心角は、 360-90-90－a ＝180－a（度） ◎●角形の他の内角も文字で表し、●つのおうぎ形の中心角を合計すると、四角形なら 180×4－（a+b+c+d） ＝720－（360） ＝360（度）で円一つ分になる。だから、曲線部分はいつもその和は円一つ分になる。	○まずは、いつでも見える図形や計算の方法を、具体例から見つけ出していくことが大切だ。 ○いつでも仕組みが成り立つことを説明するためには、数値で決めていた部分を文字に置き換えることが大切だ。 ○数値で計算していたことと同じように、文字式でも計算して、その答えが仕組みを成り立たせていることを導けば良い。 【パフォーマンス課題QRコード】

（望ましい問題解決の過程）
○具体的な図形から、規制線の要素を既習の図形と照らし合わせて捉える。
○具体的な図形から、規制線の長さが「建物の周の長さ＋半径１ｍの円周」となることを考察する。
○具体的な図形から、規制線の辺の長さ、おうぎ形の中心角の大きさを求め、予想が成り立つことを説明する。
○調べた図形から、基の図形の辺や角の大きさを変えても予想が成り立つか、「いつでも成り立つことを説明するために」、要素を文字に置き換えて同じように計算する。
○計算した結果が、予想を成り立たせるものか判断し、説明する。
○複雑な図形においても予想が成り立つか調べる。
◎解決の過程を振り返り、文字を用いたよりよい問題解決の方法を修正・改善する。

図２　パフォーマンス課題とルーブリック、解決のキーワード、望ましい問題解決の過程

（イ）学びログの活用

図３が学びログの概要である。学びログの中には、「①本質的な問い②授業のまとまりごとの振り返り③単元全体の学びの振り返り」の項目を設定し、授業レベルから単元レベルまでAARサイクルをつなげて進めることができるようにした。

①「本質的な問い」では、単元を貫く問いについて単元学習前に書かせることにより、その単元で学ぶことの本質について自身がどのように捉えているかレディネスを把握するとともに、今後の学びに見通しを持たせた。また、単元の学習後にも同じ問いについて書かせることにより、自身の捉えの変容を見つめるメタ認知の向上を図った。

②授業のまとまりごとの評価では、「授業前では解決できなかったことが、どうして授業後に解決できるようになったのか」「ど



図３　学びログ生徒作品

の瞬間に、解決の見通しが明るくなったのか」という、学びの転換点に着目した問い掛けによる振り返りを行った。それにより、生徒が働かせた数学的な見方・考え方に着目してその良さを実感し、以降の学習に発揮していく AAR サイクルを自ら進めていくことをねらった。

③単元全体の振り返りでは、①や②での記述やパフォーマンス課題での振り返りを通して学んだことについて総括した。これにより、生徒が単元の学びを進めるために必要な数学的な見方・考え方や問題解決の見通しを統合し、以降の学習に活用していくことをねらった。

イ　評価の実際

（ア）パフォーマンス課題における振り返り

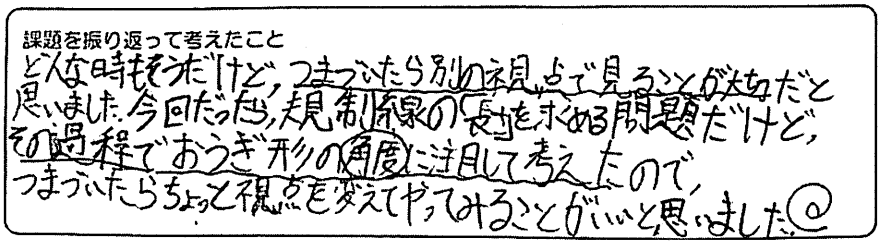
問題解決の場面で、生徒はワークシート中に示しているルーブリックを基に解決に向かっていた。キーワードにおける生徒の捉えのつまずきは以下の２点であった。

▲規制線が直線と弧で作られていること

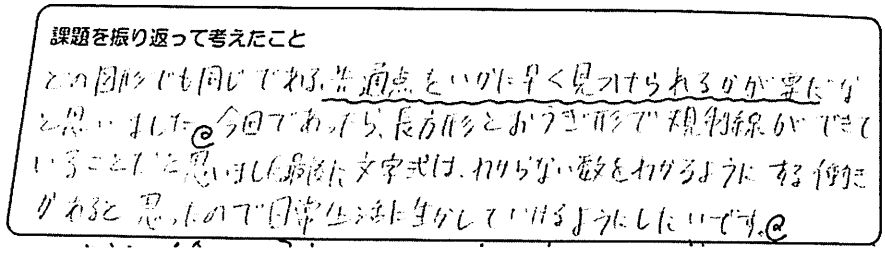
▲おうぎ形の中心角を集めると、いつでも「円１つ分」の「360°になる」こと

この部分は教師が展開をコーディネートし、実際に図を描いたり、角度を測ったりすることで見通しを立てさせた。授業の終盤では、学びの転換点について話し合わせることで、問題解決に有効であった数学的な見方･考え方を明確にすることができた。

振り返りでは、以下のような記述が見られた。



これまで文字で表すことのなかった「角」に着目することで解決できたことから、幅広く事象の要素に着目することの良さを実感している。



これまで図形の要素に着目することが難しかった生徒である。規制線の形を長方形とおうぎ形に区切ることで、既習の形として捉えて問題解決することができたことを、今後の学習に生かそうとしている。

（イ）学びログにおける振り返り

a　単元を終えた振り返りから

今回の単元では、自分一人で問題を解決出来たということが少なかったかなと思います。パフォーマンス課題の時なども、問題解決の時にどこを文字で置くのかなどで詰まってしまい、ヒントなどをもらいながら解決していったため、自分だけで解決することはできませんでした。ですが、できるだけ一人で解決できるように頑張ろうと粘り強く考えることができた部分もあったので、そのようなところはこれからの単元でも生かしていきたいです。また、学習の前後では文字式の文字に対して数字を表せるものくらいにしか思っていなかったのですが、この文字式の単元を通して様々な活用法があることを知りました。また、文字式の単元ではどこを文字で表すかなど、状況に合わせて文字に置き換えるところを変えるということを学びました。そのため、これからの数学の時間やそれ以外の授業の時間でも状況に合わせた置きかえなどをすることに生かしていきたいです。

左の生徒は、単元を通して未知数を文字で表すことにつまずいていた。途中教師がコーディネートに入り、隣の生徒と考えを交わすことで、その状況から粘り強く解決に向かっていた。他の生徒から教えてもらった「状況に合わせて文字に置き換える」方法が有効であると感じ、今後も生かしたいと述べている。

学習をする前までは分からないのは苦手だからで自分で文字を使って式を作り説明することや計算することは難しいことなのだと自分の中で思い込んでいました。しかし、学習をすることで分からないのは苦手なのではなく今自分が何を表したいのかが理解できていないのだと気づくことができて、だからもうできないと思うのではなく、どこが分からないのかを考えてそれをどう解決するかを考えたら見えてくることができるのを学んだので、これを大切にするといいのだと思いました。また、文字を使っての説明や計算も自分で求めたいものをしっかり理解してきまりを見つけられたら少しずつでも分かっていくことができることを学び、簡単とは言えなくても自分でしっかりできるようになってできると思えるようになりました。これからも文字を使って計算することも多いと思うので自分でしっかりきまりや何を求めたいのか、これは何を表しているのかなどを理解するようにすることを生かして解いていけるようにしたいです。また、これからも文字のことだけでなくてもたくさん分からないと思うことはあると思うけれど、どう分からないのかを考えるということ考え方を生かして少しずつゴールに近づいていけるようにしたいです。

左の生徒は、単元学習前に立式の難しさを感じていた。学習を通して、未知数があるから解決できない、という考えから、**未知数があるからその部分を文字に置き換えることで解決することができる**という考えに変わった。その上で、これからは要素や条件を捉えて決まりを見いだしていきたいと述べている。1時間だけでは見取ることのできない問題発見・解決のプロセスについて、数学の見方・考え方から見つめてよりよくしようとしている。

b　「本質的な問い」に対する捉えから

単元を貫く「本質的な問い」の解決

(本質的な問い)　文字の意味は何だろう？文字を用いて問題を解決するにはどうすればよいだろう？
(学習前の考え) 問題をより早く、分かりやすく表すようにするため。いろいろな問題を解けるようにするため。
(学習後の考え) 分かりやすく、そしてどんな時でも成り立つような式を作ったり、分からないこともいつでも分かるように表したりするため。分からないことや求めたいことを決めてこんな決まりになるということを見つけ、何を文字で置くのかをはっきりさせることで式を作ることができ、問題を解決することができる。

つまり、はじめの状況把握こそが大切ですね。

(学習前の考え) 文字には、物事がどのような場合でも成り立つことを証明する意味。問題のわからない部分や変化する部分に当てはめることで解決出来る。
(学習後の考え) 物事がいつでも成り立つことを表せたり、新たにきまりを見つけるきっかけになる意味があると思う。問題のわからない部分や変化する部分に当てはめることで解決できる。変化しない部分に文字を置くことで、なぜ変化しないかを証明することができる。文字を用いた式を見たときに、自分が考えた過程を他者にも伝えることができる。

単元学習前には学びの本質を曖昧に捉えていた記述が、よりよい問題解決の見通しを持って捉えていたり、新たに気付いた数学の良さに触れて学習した数学の本質を捉えていたりする記述に変容していた。

ウ　考察

(ア) 評価規準から生徒の問題解決の姿を捉える・パフォーマンス課題の設定について

単元を通して身に付けさせたい資質・能力について、評価規準から生徒の問題解決の姿を捉え指導や評価につなげたことで、教師が授業におけるコーディネートや考えの価値付けを図り、生徒の振り返りの視点の明確化や数学の本質に迫ることにつながった。また、パフォーマンス課題を設定したことにより、生徒はよりよい問題解決に向けてどう数学的な見方・考え方を働かせるかについて振り返り、問題発見・解決のメタ認知を高めることができた。

(イ) 学びログの活用

「授業のまとまりごとの振り返り」「単元を通した振り返り」「本質的な問い」を設定し、単元を俯瞰して学びを振り返ることで、生徒は授業ごとの学びの転換点を自身の学び方に取り入れ、それらを単元を通した問題解決の視点で捉えることができていた。しかし、授業のまとまりにおける生徒の振り返りの質には差があったことが課題である。授業中の思考の見取りや振り返りにおける価値付けを適切に行うことが重要である。

⑶ 実践と検証　その３（実践者：新上　理哲）

ア　単元設計

（ア）単元名

一次関数

（イ）単元目標

○一次関数についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数理的に捉えたり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりすることができる。
「知識及び技能」

○数量の変化や対応に着目して関数関係を見いだし、その特徴を表、式、グラフで考察することができる。「思考力、判断力、表現力等」

○一次関数について、数学的活動の楽しさや数学のよさに気付いて粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとしたり、問題解決の課程を振り返って検討しようとしたりする。「学びに向かう力、人間性等」

（ウ）単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①一次関数について理解している。 ②事象の中には一次関数として捉えられるものがあることを知っている。 ③変化の割合やグラフの傾きの意味を理解している。 ④一次関数の関係を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりしている。 ⑤二元一次方程式を関数を表す式と見ている。	①一次関数として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見いだし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができている。 ②一次関数を用いて具体的な事象を捉え、考察し表現することができている。	①一次関数について考えようとしている。 ②一次関数について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③一次関数を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

（エ）指導計画（全２１時間）

第１～４時は一次関数の式や値の変化について考察すること、第５～９時は一次関数のグラフや与えられた条件から一次関数の式を求めること、第10～12時は一元一次方程式や連立方程式の解と一次関数のグラフとの関係について調べ考察することを中心に行った。以下は、本研究実践に関わる第13～15時の指導計画である。

時間	ねらい・学習内容	重点	評価規準（評価方法）
13	・直線のグラフを用いて関数グラフアート作成を通して、一次関数の式やグラフ、変数の変域との関連性を理解できるようする。	思① 態②	・関数グラフアートに用いたグラフと式や変数の変域の関連性を理解して考察することができている。（観察・ワークシート・ノート）
14	・直線の傾きに着目して考察することを通して、変数の変化量を基に直角三角形を作り、分割・結合・移動をして多角形の面積を求めることができるようにする。	思① 態②	・直線の傾きに着目して変数の変化量を基に直角三角形を作り、分割・結合・移動をさせながら多角形の面積を求めることができている。（観察・ノート）
15 本時	・座標平面上に作図した多角形の面積の求め方を格子点の個数に着目して考察することを通して、帰納的に推論し、関数の考えを用いて数量関係を明らかにできるようにする。	思② 態③	・多角形の辺上と内部それぞれにある格子点の個数に着目して、格子点の個数と面積との関係を帰納的に考察し、関数の考えを用いて数量の関係を見いだすことができている。（観察・ワークシート）

第16～19時は一次関数の利用、第20、21時は単元末テストや単元の振り返りを行った。

（オ）本実践と研究テーマとの関わり

生徒に「自分は何が分かって、何が分からないのか」「自分はどのように考えたのか、どのように考えたいのか」を意識させる指導を行うことで、メタ認知力の向上につなげ、見通しを立てて問題発見・解決する生徒を育てたい。本実践では、情報をいかに整理して問題発見・解決につなげるかに焦点を当て、情報選択・情報整理の場面で生徒に自己調整を促し、メタ認知を引き出したいと考えた。そのため、以下の工夫を行った。

a　メタ認知を促す題材の工夫

「ピックの定理」を扱い、帰納的な推論のもと、関数の考えを用いて性質を見いだす活動を行う。「ピックの定理」とは、等間隔に点（正方格子点）が存在する平面上にある多角形の面積を求める公式であり、右の性質がある。

【ピックの定理】
多角形の頂点が全て正方格子点上にあるとき、多角形の面積を S、多角形の辺上にある格子点の個数を m、多角形の内部にある格子点の個数を n としたとき、面積 S は次の式で求められる。

$$S=\frac{1}{2}m+n-1$$

ピックの定理は二変数関数であり、それを見いだすには多角形の面積が定まる「辺上の点の個数」と「内部の点の個数」の二つの変数を調べていく必要がある。そのため、どちらかを固定して面積との関係を調べていく。本題材を通して、三つ以上の数量の関係を調べるときは、変数のどれかを固定して二つずつ数量関係を見るように情報を整理すれば、既習の関数の学びを生かして関係を明らかにできることを体験させる。そして、帰納的に考察し、関数の考えを用いて数量関係を見いだすことの有用性を実感させる。このように目的に応じて情報を整理し、問題を協働的に解決していくことで、生徒はメタ認知をよりよく働かせて自らAARサイクルを回すことができるようになると考えた。

b　自己調整を促す教具と学習形態の工夫

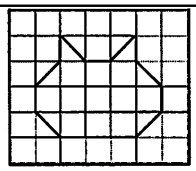
見通しを立てて問題発見・解決させるための手立てとして「多角形カード」(図１)を用いた。「多角形カード」は方眼にそれぞれ異なる多角形が描かれてあり、多角形の面積や辺上の格子点と内部の格子点の個数を記入できるようにした。１枚のカードで三つの数量の対応を、カードを順序よく並べることで表を作り変化を見させた。

生徒一人に１枚ずつカードを配付し、自分のカードにある多角形の面積や辺上の格子点の個数、内部の格子点の個数を求め、その情報を手掛かりにして「ピックの定理」に迫らせた。格子点に着目した要素を利用してグルーピングを促すものの、生徒の意思決定のもとで自己調整させながら問題解決に取り組ませた。

イ　指導の実際（主題：座標平面上の多角形の面積を求める方法を探ろう）

（ア）本時の導入場面

T：教師の働き掛け　　S：生徒の反応



T：この猫のイラストは格子点が頂点となるように直線で結んでかいた多角形です。面積はいくらになりますか？
S：14になります。　T：どのように求めましたか。
S：分割したり移動させたりして、正方形を作って求めました。
S：長方形で囲んで、いらない部分の面積を引きました。
T：実は、その方法以外にあるもの個数に着目すると面積が求められる方法があるのです。今日は、それをみんなの力で見いだしてほしいと思います。その手掛かりになるカードを班に配ります。各班に渡した４枚のカードをそれぞれ１枚ずつ班員に配ってください。皆さんが持っている１枚のカードが今日の授業の鍵となります。

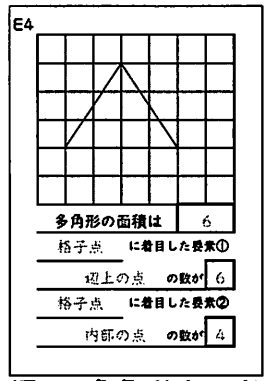
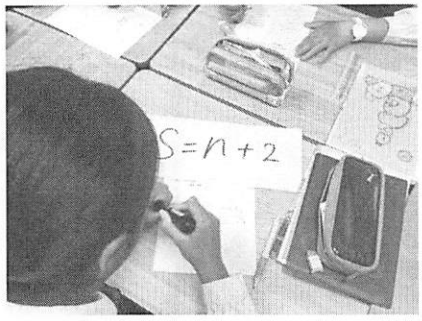


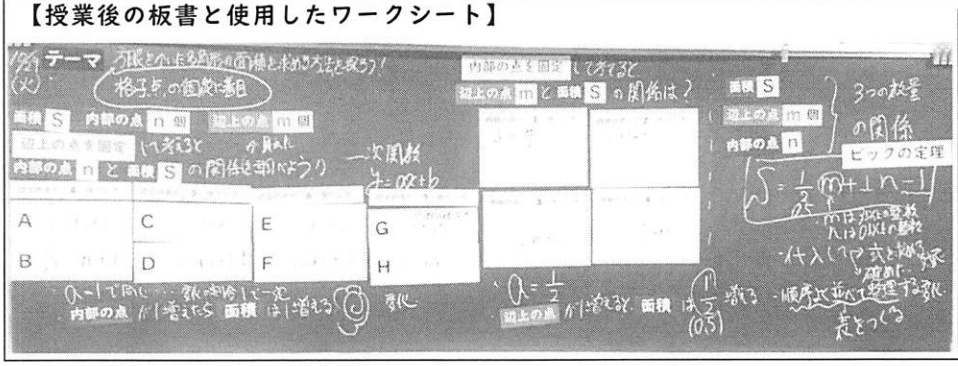
図１　多角形カード

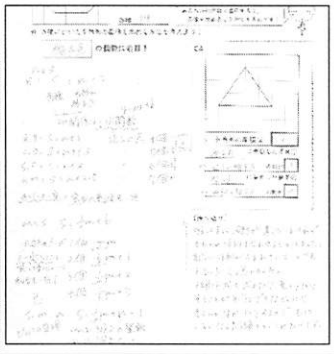
（イ）展開

学習活動（形態）	○教師の働き掛け　・生徒の反応	○指導の意図　◎評価規準
１　学習課題をつかんだ。（全体） ↓ （個人・班） ↓ （全体）	○カードの多角形の面積を求めよう。 ○各班に配付した４枚のカードの多角形は、あるものの個数に着目すると共通している数がある。そのあるものとは何か。 ・多角形の辺上の格子点の数 ○格子点は多角形の内部にもあるが、内部の点から分かることはないか。 ・格子点の内部の点の個数から面積が求められそうだ。	○班ごとに辺上の格子点の個数が等しく、内部の格子点の個数が異なる多角形のカードを配付し、共通点や相違点を着目させた。 ○帰納的に考察させるために、一人１枚ずつ多角形カードを配布し、自分のカードの多角形の情報と級友たちのカードの多角形の情報を比較させて整理・分析させた。
面積と格子点の個数にある関数関係を明らかにして、多角形の面積を求める方法を見いだそう。		○面積は内部の点の個数とともに辺上の点の個数の２つの数量に対する関数であることに気付かせるために、

2　問題解決に取り組んだ。 (1)　辺上の点の個数が一定であるときについて考えた。 （班）	○班の４枚のカードから、多角形の面積の求め方を見付けることはできないだろうか。面積をS、内部の点の個数をｎ個とし、面積Ｓと内部の点ｎの関係を調べてみよう。 〔辺上の点が４個の場合〕 ・面積は内部の点の数に１をたした数になる。 ・式は$S=n+1$となる。	各班で辺上の点の個数が一定な場合の関係を調べさせ、各班の解決結果を共有し、比較させた。 
(2)　各班の解決結果を共有し、考察した。　（全体）	○各班で考えた面積の求め方を共有しよう。各班の求め方を知り、気付いたことはないか。 ・一次関数の関係になる。 ・どの式も変化の割合が１で一定であることから、内部の点が１増えると面積は１ずつ増える。 ・辺上の点の数も含めて考える必要がある。	
(3)　解決の見通しを立てた。　（全体）	○面積、辺上の点、内部の点の３つの変数との関係はどうすれば明らかにできるだろうか。 ・級友のカードから情報を集めたら良い。 ・内部の点を固定して、面積と辺上の点との関係を調べたら良い。	○面積と辺上の点の関係に着目させるため、内部の点が等しい多角形のカードを所持する生徒を意識させた。 ○生徒の意思に委ね必要に応じてグループを作り考察させることでメタ認知力を発揮させた。 ○異なる多角形であっても辺上の点と内部の点の個数がどちらも等しければ面積は等しいことに気付かせた。
(4)　内部の点の個数が一定であるときについて考えた。 （個人・グループ）	○辺上の点の個数をｍ個とし、面積Ｓと辺上の点ｍの関係を調べてみよう。 〔内部の点が４個の場合〕 ・式は$S=\frac{1}{2}m+3$となる。 ・辺上の点が１増えると面積は0.5ずつ増える。	
(5)　各グループの解決結果を共有し、考察した。　（全体） ↓ （個人・班・その他） ↓ （全体）	○各グループで考えた面積の求め方を共有しよう。各班で考えた求め方に加え、各グループの求め方を知り、気付いたことはないか。 ・辺上の点が１増えると面積は0.5ずつ増え、内部の点が１増えると面積は１ずつ増える。 ○３つの数量の関係を式に表してみよう。 ・辺上の点と内部の点の数を代入して式をつくったり、式が正しいかを確かめたりする。 ・$S=\frac{1}{2}m+n-1$	○立式した式がどの多角形でも成り立つかを確認させるため、自由に交流させ、互いの多角形で立式した式を用いて考察させた。  ◎多角形の辺上と内部それぞれにある格子点の個数に着目して、格子点の個数と面積との関係を帰納的に考察し、関数の考えを用いて数量の関係を見いだすことができているか。
(6)　解決結果を検証した。　（全体）	○求めた式がどんな多角形でも活用できるか、猫のイラストで確かめてみよう。 ・辺上のが14個、内部の点が８個 面積＝0.5×14＋8－1＝14	◎帰納的に考察し、関数の考えを用いて数量の関係を見いだすことの有用性を実感することができているか。
3　本時の学びを振り返った。　（個人）	○３つの数量関係をどうすれば明らかにすることできたか、今日の学習を振り返ろう。 ・代入して式を作ったり、式が正しいかを確かめた。 →数値を当てはめながら対応を見た。 ・どちらかの変数を固定し、順序よく並べて整理した。 →表を作り、数量の変化を見た。	

【授業後の板書と使用したワークシート】





（ウ）生徒の学びの実際

行動観察からは、級友のカードから情報を集め、カードを並び変えながら表を作り、変化と対応を調べて関係式を見いだしていく生徒の姿を見取ることができた。特に、展開２(4)「内部の点の個数が一定であるときについて考える」の活動では、最初は、活動の目的

が不明確なままうろうろと迷う生徒、内部の点が等しい級友を探す生徒、親しい友人に話し掛ける生徒など様々であったが、次第に生徒から声が上がりはじめ、内部の点が等しい集団が構成されていった。そして、ほとんどの生徒がピックの定理の関係式に到達することができていた。以下の資料は、ワークシートの振り返り欄の主な記述(資料１)と授業参観者からの意見（資料２）である。研究の考察として関連がある内容を、成果は＿＿線、課題は＿＿線で示す。

・ある数を固定して共通の数同士で相違点を見ると関係が見えた。
・みんなのデータを順序よく整理して表に表すことで、関係式が見えてきた。
・数量関係を調べるには、表にして変化を調べたり代入したりすることで式がつくりやすくなった。
・共通点を見付けるには、カードが３枚以上必要であると分かった。
・三つの数量関係を順序よく考えていくことができた。情報を集めて式を作っていく過程が面白かった。
・自分で考えたイラストでも面積を求めることができた。「ピックの定理」はすごいと実感した。
・なぜ、格子点の個数から面積が求められるのか、見いだした式について更に調べてみたいと思った。

資料１　生徒の主な記述

・生徒たちの自ら考える姿がとても良かった。日頃から、数学的に考えることを中心に据えた授業づくりや、「考えることが楽しい」「間違えても皆が認めてくれる」という雰囲気づくりができているのだと感心した。
・生徒の夢中になるスイッチが問いの生まれるタイミングになっており、問いのつながりが面白かった。
・複数の数量関係を考察する際の固定化の考え、数量を整理するときの表の有用性、関数関係を調べるときの変化と対応の見方など、関数の学習として押さえることができていた。
・カードによって操作や活動の自由度が高くなり、生徒が活発に活動することにつなげることができていた。
・帰納的に式を導いたものの、式が成り立つ一般性の保障が十分でないと感じた。長方形や直角三角形を使って数式で証明する活動を入れるのも良いと思った。
・帰納的な考え方には「データを集めて共通点を見付けること」と「見付けた共通点が他の事例でも成り立つか検証すること」の二つがある。成り立つことの検証において別の図形で確かめる活動があれば良かった。
・AARを意識したことで、ゴールがイメージしにくく、解決の見通しを立てるのが難しかったように感じた。
・カードの一覧をどこかの場面で配布することにより、表を作成して各要素の関係性を調べるといった解法を考える生徒が増えたかもしれない。ロイロノートを活用して共有しても良かったのではないか。
・１時間では学習の内容量が多い。三つの数量関係を一般化する時間がもう少しあれば良かった。

資料２　授業参観者からの意見

ウ　考察

本実践で工夫した題材や教具、学習展開が本単元における学びとして適していたか、また、メタ認知を働かせ自己調整しながらAARサイクルを回すことができる学びであったか、以下の二つの視点で振り返る。

（ア）関数の考えを用いて問題解決する力を身に付けることができる題材であったか

本題材を通して、変化と対応に着目することで数量関係を見いだせることを生徒に実感させることができた。また、面積を定める二つの変数のどちらかを固定して考察していくことで、一次関数と捉えて問題解決させることができ、単元の位置付けとしても適している。そして、生徒から関数の考えを引き出し、関数の理解を深めるために効果的かつ、数学の面白さを味わうことができる魅力ある題材といえる。しかし、本題材は演繹的な考察が困難なため、定理が成立することをどのように保障するかが課題である。

（イ）生徒がメタ認知を働かせて自らAARサイクルを回すことができる学びであったか

三つの数量関係を調べるために必要な情報を集め、集めた情報を整理する場面において、自己調整を促し、生徒からメタ認知を引き出すことができたと考える。振り返りでは、多くの生徒が情報を順序よく整理することや、情報の共通点や相違点に着目することの必要性が実感できており、問題の解決を見通し、目的に応じて情報を選択し整理する力の育成につながったと考える。生徒一人一人に見通しを立てさせる場を保障するには、個人差があり活動に時間を要する。また、見通しが不明確だと能率よく問題を解決することができない。生徒に問題発見・解決を委ねる中、どこで折り合いを付けて問題解決に取り組ませるか検討が必要である。

4　研究の成果（○）と課題（●）

数学科における研究実践が、メタ認知力の向上を念頭に置き、状況や結果、解決方法などの見通しを立てて問題を発見したり解決に当たったりできるようになる指導や評価方法であったか、本研究実践を通しての成果と課題を以下に示す。

(1)　生徒に自己調整を促し、メタ認知力を高める指導の工夫

○日常生活と関連付けた題材を扱い、複数ある情報の中から必要な情報を用いて、数学的に問題解決させることで、問題解決の方向性に見通しを立て、情報を整理し、必要なものを選択して活用する力を身に付けることにつなげることができた。

○問いを見いだし、解決の見通しを立てる場面で、既有の知識や技能を振り返らせ、情報の整理や選択をさせることで、「何が分かっていて、何が決まれば問題が解決できるのかを考える」といったメタ認知を引き出すことができた。

○協働的な問題解決や他者との共有を通して、自身の解決過程や解決結果のモニタリングの場を学習活動内に設定することで、自己調整力の向上につなげることができた。

●日常場面を題材として扱うとき、生徒によって課題設定に差異が生じ、学習のねらいに適さない考え方をする生徒がいたり、全体で共有した際に論点が絞れず議論にならなかったりする場合がある。生徒の考えを引き出し、問題や解決への方向性の焦点化を図り、共通意識を持たせて学習のねらいに迫る、教師のファシリテート力の向上が必要である。

(2)　問題発見・解決のプロセスを振り返り、メタ認知力を高める評価の工夫

○単元を貫く問いを設定し、OPP シートを活用することで、単元や領域を俯瞰して今後の学びに見通しを持ちながら振り返りをさせることができた。

○学習内容の理解や問題の解決につながった見方・考え方の転換点に着目した振り返りを継続的に行うことで、数学的な見方・考え方の良さを実感し、以降の学習においても気付きを生かして見通しを立てることにつなげることができた。

●日常的な場面を数学の問題として捉えることに困難さを感じる生徒が多い。また、問題の解釈によっては学習のねらいに適した指導や評価につながらないこともあった。パフォーマンス課題においても、事象を数学化して問題を発見する場面を見取る方法や、学習のねらいに適した評価基準の設定について更に検討していく必要がある。

●生徒が学びの本質を見いだせるように、問題発見・解決の過程で働かせた数学的な見方・考え方に着目した振り返りを意識し、自己調整力の向上につながる振り返りシートの作成や活用について更に追究してきたい。

参考文献

・OECD 教育研究革新センター（2015）「メタ認知の教育学―生きる力を育む創造的数学」明石書店

・国立教育政策研究所教育課程研究センター（2020）「『指導と評価の一体化』のための学習評価に関する参考資料」東洋館出版社

・石井英真（2024）「教育の『変革』の時代の羅針盤『教育 DX×個別最適な学び』の光と影」教育出版

・片桐重男（2017）「問題解決過程と発問分析」明治図書

・高校数学の美しい物語（2023）.ピックの定理 .https://manabitimes.jp/math/2842（参照日 2024.11.24）

・池田敏和（著、 監修）、 田中博史（著、 監修）、 藤原大樹 （2022 年）「板書で見る全単元・全時間の授業のすべて 数学 中学校２年」 東洋館出版社