

実践者 宇都宮憲二，富永 剛志，山本 泰久
愛媛大学研究パートナー 河村 泰之，観音 幸雄，吉村 直道

第1章 はじめに

数学は、問題を発見して解決し、それらを振り返りながら、更に考え続けることで発展していく学びである。こうした学びによって得られた知識そのものにも価値があるが、知識を獲得するまでのプロセスも重要である。この数学的な問題発見・解決のプロセスを生徒が目的意識を持って遂行できるようになることは、新たな問題解決の有効な手掛かりとなり、新たな問題の発見につながるとともに、新たな知識の獲得を促す源となる。本校数学科では、数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動を通して、生徒が問題発見・解決するプロセスを自立的、協働的に遂行する生徒が育つ授業の在り方を検討することを研究テーマとし、実践研究を積み重ねてきた。このテーマを実現することが、生徒の数学的に考える資質・能力を育成するとともに、本校研究主題の具現化につながると考える。

研究最終年次である本年次は、これまでの研究成果に立脚しながら、数学科3名がそれぞれの視点で研究テーマを設定し、数学的な見方・考え方を働かせて問題発見・解決する生徒が育つ授業を構想し実践した。それぞれの取組の概要を以下に述べる。

その1「既習の知識や技能を活用し、課題解決ができる生徒の育成」 宇都宮 憲二

本研究では、身に付けた知識や技能を関連付けたり、発揮させたりしながら、日常や身の回りの事象を数学的に解釈して、問題解決のできる生徒を目指す。第1学年「方程式」において、ソーシャルディスタンスを意識した座席間隔を、方程式を用いて解決する授業を実践した。授業後には、さらに複雑に条件を変えたパフォーマンス課題を実施した。既習の知識や技能、経験を生かし、さらによりよい方法を見だし、問題解決に活用していく生徒の育成を目指した。

その2「既存の知識や経験、数学的な見方・考え方をつなぐ学習展開の工夫」 富永 剛志

本研究では、多様な観点から事象を捉えて問題の本質を見抜き、数学的な見方・考え方をよりよく働かせて問題発見・解決する生徒の姿を目指した。第3学年「関数 $y = ax^2$ 」において、事象を既習の数学と「みなす」活動に視点を当て、題材、他者、自分自身を既存の知識や経験、数学的な見方・考え方でつなぐ学習展開の工夫を行った。また、パフォーマンス課題を設定し、既存の知識や経験、数学的な見方・考え方をもとに、問題をよりよく解決していく学びに迫った。

その3「生徒が主体的に『数学する』学びを実現する指導の工夫」 山本 泰久

本研究では、生徒が数学的に問題発見・解決するプロセスを主体的に遂行し、それらを振り返って評価・改善しながら新たな価値を創造していく姿を、「数学する」と捉えた。第3学年「関数 $y = ax^2$ 」において、振り子の長さや周期の関係を関数 $y = ax^2$ とみなし、それらの関係を基に問題解決する方法を検討する授業を実践した。情報活用能力を駆使することによりアップデートされた「きょうどう」の精神を発揮する学び合いを通して、生徒が「数学する」学びの実現に迫った。

既習の知識や技能を活用し、課題解決ができる生徒の育成 ー活用する力を見取るパフォーマンス課題を通してー

(実践者) 宇都宮憲二

1 研究テーマ設定の理由

今年度より中学校で全面実施される学習指導要領は、生徒たちが学んだ知識や技能をどのように活用して、いかに発揮していくかが大きなポイントとなっている。生徒たちは、身に付けた知識（概念）を活用したり、身に付けた思考力を発揮させたりしながら、知識を相互に関連付けてより深く理解したり、情報を精査して考えを形成しながら思いや考えを基に創造したりすることに向わなければならない。しかし、本校の生徒の実態を考えると、基礎的な知識・技能はある程度高い水準で身に付けられているが、日常や身の回りの事象を数学的に解釈して、学んだ知識や技能を関連付け、思考したり表現したりすることは十分でない状況だと言える。そこで、「既習事項をどのように適用すればよいか構想を立て実践する力」「解決した結果を振り返り、更に発展させて課題解決する力」「日常や身の回りの事象を数学と関連付けて考える力」「課題解決に向けて思考する過程で、自分の考えを記述したり説明したりする力」などの力を身に付けさせる必要があると考えた。これは、予測困難な将来を見通し、よりよい社会を創るために必要な力であり、こうした学びを通じて、持続可能な社会に貢献する実践者としての資質・能力が徐々に高まっていくと考える。また、「数学的な見方・考え方」を働かせながら、新しい概念を形成したり、よりよい方法を見いだしたりするなど、新たな知識・技能を身に付けて、それらを統合することで、生徒の思考・態度が変容し、「深い学び」へと発展していく。以上の理由から本研究テーマを設定した。

2 研究の内容及び方法

(1) 活用問題に向けて必要となる知識・技能のまとめ

「利用」の学習に入る前に、これまで身に付けた知識・技能や大切だと判断する問題(解き方)をまとめさせたり、整理させたりした。「数学と日常を関連付けたり、数学で考えたことを日常に戻したりする場面」「数学的な根拠を基に筋道立てて考えを説明する場面」「その他の場面」の三つの場面に分けてまとめさせるよう、教師はフォーマットを作成した。そして、完成したフォーマットを活用させながら利用の学習を進めさせていった。

(2) 活用する力を高めるパフォーマンス課題の実施

全学年の全単元末、総括的評価として、活用する力を見取るパフォーマンス課題を位置付け、レポートを作成させた。課題の開発については、日常生活や社会の事象を取り入れ、これまでに習得した知識や技能を生かし、統合的・発展的に考えられるよう工夫した。評価については、生きて働く「知識及び技能」、未知の状況にも対応できる「思考力、判断力、表現力」、学びを人生や社会に生かそうとする「学びに向かう力、人間性」の三つの資質・能力を的確に見取るため、次の工夫を行った。

知識・技能	課題解決するために使った知識や技能、方法知などのかかせた。
思考・判断・表現	レポートの記述だけでなく、その説明をスピーチさせた。
主体的に学習に取り組む態度	自己調整の過程を【見通し】【調整】【振り返り】の三つ分類して自己評価させた。

3 研究の実際（単元名：1年生方程式）

(1) 活用問題に向けて必要となる知識・技能のまとめ

単元末の活用問題に入る前に、これまで学習した知識や技能などの既習事項をまとめさせるため、以下に示す「活用・パフォーマンス課題に向けて大切な知識・技能」（以下、「活用に向けたフォーマット」と表記する）をロイロノートを使って生徒に作成させた。あらかじめ、教師が単元の各授業の板書の写真を貼ったフォーマットを作成し、生徒はそのフォーマットに板書写真の必要な部分を自由に切り取り、カードにして関連付けたり、必要事項などを書き加えたりしながら、次の①～③の三つの場面でまとめさせた。（図1）

- ①「数学と日常を関連付けたり、数学で考えたことを日常に戻したりする場面」
- ②「数学的な根拠を基に筋道を立てて考えを説明する場面」
- ③「その他の場面」

活用の授業の始めには、2分程度の時間をとり、このフォーマットを確認する時間を設けるようにして、生徒に意識付けを行った。

活用・パフォーマンス課題に向けて大切にしたい知識・技能(方程式)								
課題・授業黒板	1	2	3	4	5	6	7	8
	求めたい数量を上手く求めるには…	方程式とその解にはどんな関係があるか	方程式はどのようにして解けばよいのか	複雑な方程式を解くときにはどんな工夫が必要か	方程式の文章題はどんな手順で解けばよいのか	過不足の問題を方程式で解くには…	距離速さ時間の問題を方程式で解くには…	「比の性質」を利用して、未知数を求めるには…
『活用』に向けて特に大切なと考える知識や技能や問題等	数学と日常を関連付けたり、数学で考えたことを日常に戻したりする場面 私たちが日常でよく目にする場面 方程式の考え方 (まだ分かっていない未知量を未知数)を使って求めよう!! 疑問を持って考える ↓ 新しい答えに辿り着く 出てはめである 繰り返し: 未知数を求めるためには、方程式を使って考えればよい。 方程式を作るには、必要な数量を見出し、求めたいものを文字にして、等式を作るようにして考えればよい。 「この問題には何が足りないのか」考えてみて、それを未知数に当てはめてみる!			数学的な根拠を基に筋道立てて考えを説明する場面 数学的な根拠を持ち、正しく答えに辿り着く方法 ① 式通りに図をかくて表してみる ・何が足りないのか? ・どのような関係になっているのか? →分かる ② 言葉の式にして表してみる ・立式の仕方はどうする? ・この間はどうなっている? →分かる! ③ 文字に替わった式を代入して表してみる ・式の根拠はなに? ・簡単にときたい! →分かる!!			その他の場面 文章題を解く際の順番 解の吟味をしっかりと行う ・より正しい答えを求めることができる ・新しいことにも取り組むことができる 「速さ」の性質 様々な性質 比 → 移項 → 分母の性質 等式には様々な性質があるので、その特徴を活かして式を立てると良い。等式は未知数を入れて考えるので、比の性質を使って考えられる。このように方程式には、未知数を様々な考え方を活用して求められるので、毎回工夫すると良い。	

図1 生徒が作成した「活用に向けたフォーマット」

(2) 授業の実際

本授業は、合唱コンクールの実行委員が運営を行うときに考えなければならない現実場面である。コロナ禍において、三密を防ぐために、学校生活のいろいろな場面でもソーシャルディスタンスが求められている。活用問題を苦手になっている生徒は、学習の成果や自身が身に付けた力を的確に捉えることができにくい。そのため、生徒が既習事項を活用して問題解決できるように、生徒に問題や式などの背景にある関係や構造を十分に理解させ、その関係や構造を基に何ができるか、他の見方や考え方はないかを授業の中に取り入れ、考えさせることにした。

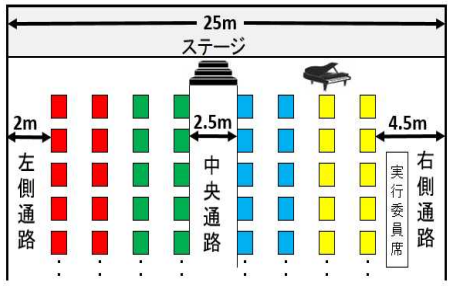
ア 主題

ソーシャルディスタンスを意識した座席配置にするには

イ ねらい

事象の中の数量の関係に着目し、方程式を利用して課題解決ができたり、解を吟味できたりすることで、方程式を用いて解決することのよさを知り、今後の課題解決に生かそうとする。

ウ 展開

学習活動(形態)	時間	○教師の働きかけ ・ 生徒の反応	○指導の工夫 ◎評価規準(評価方法)
1 既習事項の確認をした。 (個人)	2	○方程式の単元で学習した「活用に向けて大切な知識・技能」を振り返ろう。	○これまでの既習事項で大切な知識や技能を事前にまとめさせた。
2 問題をつかんだ。(全体)	2	合唱コンクール実行委員会では、合唱コンクールに向けて、体育館にイス(横幅50cm)を並べることにしソーシャルディスタンスを意識し、図のように、いすどうしの横の間隔をすべて同じにして並べるとき、その間隔はどれくらいにすればよいか。 	
3 解決の見通しを立てた。 (個人) ↓ (ペア)	6	○解決の見通しを立てよう。 ・全体の横幅から通路やいすの横幅をひいて考えればよい。 ・いすどうしの横の間隔を x m として方程式をつくれればよい。	○数量や図形の性質を見いだし、効率的に解決させるため、ICTを活用し、図形を操作させた。
4 課題を解決した。(個人) ↓ (全体)	8	(解)いすどうしの横の間隔を x m とする。 $6x + 2 + 2.5 + 4.5 + 0.5 \times 8 = 25$ $6x + 13 = 25$ $6x = 12 \quad x = 2$ とすると、これは問題に適用している。(答え) 2 m	◎方程式を立式して解決できたか。(知：ロイロ)
5 方程式の解を場面に戻して吟味した。 (全体)	2	○いすどうしの横の間隔を 2 m にして合唱コンクールを行った場合に、運営上、問題点はないだろうか。 ・2 m の間隔はさすがに広すぎる。 ・縦に座席がどんどん伸びてしまい、ステージから遠くなり、合唱が聴きにくい。	○方程式の解が問題に適しているかを判断する力を高めるために、求めた解を現実の場面に戻して吟味させた。
6 学習課題をつかんだ。 (グループ)	20	ソーシャルディスタンスや合唱の聴きやすさ、見やすさを意識した座席間隔を考えよう。 ・列の数をもう少し増やしてみる。 ・中央通路や実行委員席をなくして、列をさらに増やしてみる。 ・いすを市松模様のように並べてみる。	
7 グループの考えを共有した。(全体)	5	○それぞれのグループで考えた座席配置をみんなで共有し合おう。	○方程式を活用して問題解決するよさを味合わせるため、いろいろと座席配置を工夫させた。
8 本時の振り返りを行った。 (ペア) ↓ (全体)	5	○今日の授業で、どんな発見があったか。今後に生かせそうなことはあったか。 ・方程式を使うと、未知数を簡単に、効率的に求めることができる。 ・日常生活の問題では、その場面をよく考えた上で、解を吟味しなければならない。	○自分たちの考えと他者の考えを比較させるため、全体共有した。 ○論理的な表現力を高めるため、問答ゲームの手法を取り入れた。 ◎今後も問題課題の場面において、方程式を活用しようとしているか。 (態：ロイロ、発表)

エ 既存の知識や経験から数学的な見方・考え方を引き出し、生徒の活用する力の育成の実現に向けた指導の工夫

方程式を用いて課題解決に生かす【授業前半部分】

ICT機器を活用し、問題の場面を図形として捉えさせ、数量の関係をはっきりさせることで、すべての生徒が方程式を立式できることを目指した。また、方程式で考えることのよさを全体で確認することにより、今後も生活の中で未知数を求める場面では、方程式を使って問題解決しようとする態度を身に付けさせたいと考えた。さらに、導き出した解が本当に適切かどうかを批判的に考えさせることを授業の中では重要なポイントに位置付けた。方程式の解はあくまで数学的なモデルにおける数学的な処理の結果に過ぎず、これが必ず現実の問題の答えになるとは限らない。そのため、実際の解が問題にあわない場面にふれ、その必要性をしっかりと理解させることが大切であると考えた。



日常の事象の中で方程式を活用する【授業後半の場面】

「ソーシャルディスタンスや合唱の聴きやすさ、見やすさを意識した座席間隔を考えよう」と学習課題を設定し、グループでの協働的な学習の中で、最適な座席配置を考えさせた(図2)。付箋紙を座席に見立て、操作活動を取り入れながら、座席配置の構想を行わせた。生徒たちは、方程式を活用して問題解決するプロセスや解決に向けての見通しについて、既存の知識や経験と学んだことをつなげて考えていた。これらの学習の中で、身の回りの事象を多様な考え方で考察しようとする態度や方程式を利用して筋道を立てて考える数学的な問題解決能力を高めることを目指した。また、グループで作成した座席配置をロイロノートで全体に共有させることで、他者の考えのよさを受け入れたり、比較・検討させたりしながら、自分の考えを更によりよいものへと修正させ、単元末に行うパフォーマンス課題につなげていくことができた。

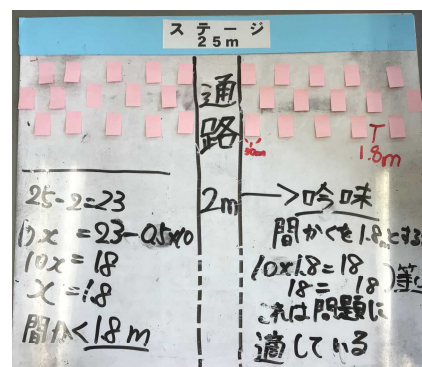


図2 座席配置図

学習の振り返り【授業終末】

授業の終末では、まず個人で振り返りシートを書かせ(図3)、その後、全体で数名に発表をさせた。授業の中での発見を基に、学習の振り返りをさせた。生徒の感想の中には、方程式を活用して考えることのよさや今後も方程式を活用して問題解決していこうとする態度の変容が書かれてあった。

☆学習の振り返り☆

○今日の学びの中で、新しい発見があったり、自分に最も影響を与えたことは・・・

方程式は、何を求めるかが明確で、1つの式で考えられ、とても便利だと思った。今回は座席間隔を求める課題だったが、座席間隔を x とせず、最初に理想的な座席間隔を決め、通路の幅を x とした方程式も面白いと思った。

という気づきや発言でした。

それをもとにして、今日の学びを振り返ると・・・

＜これからの学習にいかしたいことを含めて書く＞

これから方程式で日常の問題を解決していきたいと思いました。でも、数学で求めた解が、必ずしも現実に戻した時に、きちんときのうするの、またその場所や雰囲気に沿っているのかを考えることが大切だと思いました。

図3 振り返りの記述

(3) 活用力を高めるパフォーマンス評価の実施

1年生方程式の単元終了時には、上記の授業の条件を更に詳しくしたパフォーマンス課題を課し、達成状況を見取ることとした。生徒は、授業で学んだ経験や既習した知識や技能を使いながら、まず各自の目的(コンセプト)を考え、その後レポートを作成していた(図4)。3観点を評

働けるよう工夫し、特に「主体的に学習に取り組む態度」の観点では、「自己調整」の過程を下記の①～③のように分類し、評価に生かしていくことにした。

- ①【見通し】解決の見通しを立てたり、手順を記述したりする。(レポートをかく前)
- ②【調整】①を調整しながら粘り強く取り組んだことを記述する。(レポートをかく途中)
- ③【振り返り】①②より、次につながるよう振り返りを記述する。(レポートをかいた後)

パフォーマンス課題 1年生 方程式「ソーシャルディスタンスを意識した座席配置とは」 1年

あなたは合唱コンクールの実行委員です。右の条件で、体育館にいますべて、合唱コンクールを行います。このとき、次の問いに答えなさい。(ただし、縦と横の間隔は違ってもよいが、横同士、縦同士の間隔は同じにする)

条件
 ○体育館の横幅は25m
 ○縦幅(ステージを除く)は58m
 ○いすは、横50cm×縦60cm
 ○体育館に入る生徒数は120人(1クラス30人の4クラス)

① ①で求めた答えを吟味し、左図の座席配置を自分なりに修正・改善し、ソーシャルディスタンスや合唱の態を考えた座席配置を考えよう。(その時のいすの縦同士と横同士の間隔も求めること)

② ①で求めた答えを吟味し、右図の座席配置を自分なりに修正・改善し、ソーシャルディスタンスや合唱の態を考えた座席配置を考えよう。(その時のいすの縦同士と横同士の間隔も求めること)

③ ①で求めた答えを吟味し、右図の座席配置を自分なりに修正・改善し、ソーシャルディスタンスや合唱の態を考えた座席配置を考えよう。(その時のいすの縦同士と横同士の間隔も求めること)

「粘り強い取組」や「自らの学習を調整しようとする」などの主体的に学習に取り組む態度の評価(各4点)

I 【解決へのおおまかな見通し】
レポートを書く前に見通しを立てる。座席配置の図を描く。いすの縦と横の間隔を50cmと60cmと仮定する。縦と横の間隔を50cmと60cmと仮定する。縦と横の間隔を50cmと60cmと仮定する。

II 【1の調整】
①の座席配置を自分なりに修正・改善し、ソーシャルディスタンスや合唱の態を考えた座席配置を考えよう。(その時のいすの縦同士と横同士の間隔も求めること)

III 【振り返り】
①の座席配置を自分なりに修正・改善し、ソーシャルディスタンスや合唱の態を考えた座席配置を考えよう。(その時のいすの縦同士と横同士の間隔も求めること)

論理的な思考力・判断力・表現力の評価(各10点) 自己評価して○を

REPORT		<A評価規程>		
SPEECH		○方程式を立てる方法を考え、表現することができる。		
		○求めた解や解決の過程を振り返り、それが適切であるかを考察し、表現することができる。		
		A	B	C
<A評価規程> ○レポートにいかれていることを数学用語を使い、筋道を立て、根拠を明らかにしながら論理的に説明できる。	A			
	B		○	
	C			

知識・技能の評価
解決に向け、どのような知識、技能が役立ったか。また、これまで既習した知識、技能、経験、方法知を使った場合もかかせた。

思考・表現・判断の評価
ルーブリックに基づき、スピーチとレポートの記述について、三段階で自己評価させ、二元表に○を付けさせた。

主体的に学習に取り組む態度の評価

「粘り強い取組」「自らの考えを調整」の2点について見取る。そのために、まずレポートをかかせる前に、おおまかな解決の見通しを立てさせた。レポートを作成しながら、気付いたことや上手いかわらないことなど、粘り強く取り組んだ結果や過程を振り返り、学びを調整したことをかかせた。

図4 生徒が作成したパフォーマンス課題のレポート

(4) 生徒の学びの考察

ア 活用問題に向けて必要となる知識・技能のまとめ

図5は、「活用に向けたフォーマット」を作成することが、活用問題やパフォーマンス課題を行う上で役立ったかについてのアンケート結果である。8割近くの生徒が役立ったと答えている。このことから、既習事項がどのような場面で役立つのかを記述、説明する場を設定することで、数学と日常との関連を理解することができると考えた。

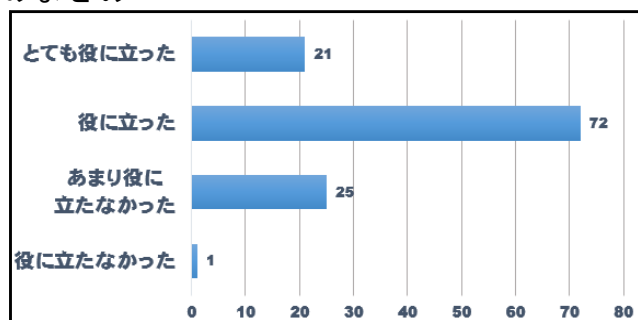


図5 生徒アンケート結果(対象1, 2年生119人)

活用に向けたフォーマットを作成した生徒の反応(○役立った理由 ●役立たなかった理由)

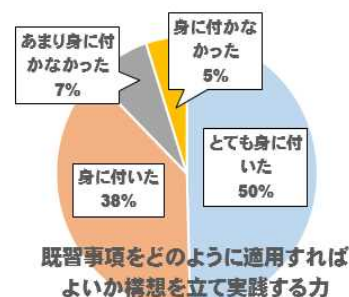
- 身に付けた知識・技能を日常の問題や活用問題で使いこなしたい気持ちが高くなった。
- 考えの根拠を示すときに、数学用語を使ってより説得力のある説明が書けるようになった。
- 解決の構想を練っていくとき、どのように筋道を立てるとよいかが一目で分かった。
- 自分に何が身に付いたかが確認できたし、まとめることで新しい発見もあった。
- ノートには大切な要点や問題の解き方が書いてあるので、ノートの方が分かりやすい。

イ 活用力を高めるパフォーマンス評価の実施

図6は、パフォーマンス課題を行うことでどのような力を身に付けることができたかについて生徒アンケートの結果（対象1，2年生119人）である。次の三つの項目で考察した。

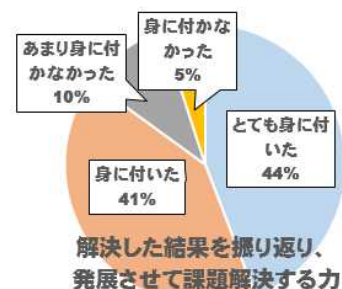
既習事項をどのように適用すればよいか構想を立て実践する力

レポートをかかせる前に、どのような構想でレポートを作成すればよいか、また、どのような知識・技能が使えるかと見通しを立てさせた。生徒は「活用に向けたフォーマット」を使いながら、身に付けた知識・技能を新たな課題に活用し、構想を立て、評価改善しながら記述・説明したり、学んだことを生かしたりできた。



解決した結果を振り返り、更に発展させて課題解決する力

どの単元のパフォーマンス課題でも、前半では、日常の事象を解決する問題、後半では、解決したことを振り返り、新たな問いを生み出し、発展的に解決していくような問題構成にしている。前半で解決した考えを生かしたり、修正したりしながら、問題解決することで、活用することの有用性や必要性を実感できるようになった。しかし、前半と関連付けて、発展的に後半を考えていくことにつまずきが見られる生徒がいた。



課題解決に向けて思考する過程で、自分の考えを説明する力

パフォーマンス評価は、レポートとスピーチの両方で評価している。スピーチでは、レポートにかいてあることを数学用語を使い、筋道を立て、根拠を明らかにしながら論理的に説明したり、聞き手の立場に立ち、丁寧に分かりやすく説明したりすることができるようになってきた。しかし、数学的表現が十分でない生徒がいるため、その手立てを考えていく必要がある。

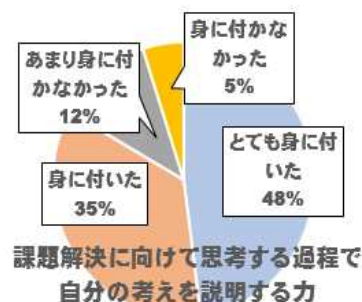


図6 生徒アンケート結果

4 成果と課題

研究の視点		成果と課題（○成果 ●課題）
(1)	活用問題に向けて必要となる知識・技能のまとめ	○授業の中で身に付けた考えがどのような場面で役立つのかをまとめることで、数学と日常生活との関連を理解することができた。 ●身の回りの事象と数学との関連は理解できても、端的に表現し、まとめることが十分でない生徒がいた。
(2)	活用力を高めパフォーマンス課題の実施	○考えを発展させたり、条件を変えたりする課題を設定することで、身に付けた力を生かし、試行錯誤しながら課題解決する生徒の姿が見られた。 ○主体的に学習に取り組む態度（自己調整）を三つの過程に分類したことで、よりよい解決に向けた考えの変容を見取ることができた。 ●生徒の実態に応じた質の高いルーブリックの作成はどうあるべきか。

参考文献

- ・文部科学省（2018）「中学校学習指導要領解説(平成29年告示)数学編」日本文教出版大阪
- ・西岡加名恵（2016）「資質・能力を育てるパフォーマンス評価」明治図書出版