

生徒が主体的に「数学する」学びを実現する指導の工夫

— 第3学年「関数 $y = ax^2$ 」の学習を通して —

（実践者）山本 泰久

1 研究テーマ設定の理由

数学的に問題発見・解決する力は、未知の課題や状況に対応するための有効な手掛かりとなるとともに、新たな価値を創造する源となる。数学的に問題発見・解決するプロセスを主体的に遂行し、それらを振り返って評価・改善しながら新たな価値を創造していく姿、即ち「数学する」姿は、本校が目指す実践者の姿でもある。そこで本研究では、生徒が主体的に「数学する」学びを実現するための指導の在り方を、「(1)学習者と題材・他者・内なる自分自身とのつながりを保証する学び」「(2)実践や価値の実感につなげる評価」の二つの視点から検討した。

2 研究の内容及び方法

(1) 「きょうどう（共同・協同・協働）」の精神を発揮する学び合い

本校では2010年よりESD（持続可能な開発のための教育）を軸とした研究を行ってきた。持続可能な社会を支える資質・能力である「自立と共生の力」を育成する有効な手立てが「きょうどう」の精神を発揮する学び合いである（愛媛大学教育学部附属中学校，2015）。「きょうどう」の精神を発揮する学び合いは、主体である学習者と題材・他者・内なる自分自身とをよりよくつなぐとともに、生徒が「数学する」学びの基盤になると考える。しかし、この10年の間に、社会はICT化やグローバル化、AIの普及等により急速に変化してきた。これら社会的変化に応じて、学び合いをアップデートする必要がある。そこで本研究では、三つの「きょうどう」の内、「協同」（目的を果たすために、他者とともに皆で力を合わせながら自分を活かす）に重点的に取り組むこととし、様々な教育活動の中で培ってきた言語技術と情報活用能力を駆使した質の高い学び合いを通して、生徒の「数学する」姿に迫った。

(2) 学びを深めるLOPP（LoiLoNote One Page Portfolio）シートを用いた評価

OPPA（One Page Portfolio Assessment）とは、「教師のねらいとする授業の成果を、学習者が一枚の用紙の中に学習前・中・後の学習履歴を記録し、その全体を学習者自身に自己評価させる方法」（堀，2013）である。本研究では、OPPシートを紙媒体ではなく、ロイロノートで作成させた。ロイロノートを活用することの利点は二つある。一つ目は、学校の学びと家庭の学びをシームレスにつなぐことである。ロイロノートは家庭で使用する端末からも使用可能であり、いつでもどこでも学びを振り返ることが可能となる。二つ目は、全ての学習履歴を同期できるところである。授業では、紙のノートとロイロノートを併用するが、ロイロノートに全ての学習履歴を同期させることで、生徒は適宜自分の学習状況を把握したり、単元末に学習全体を振り返って自己評価したりすることができる。また、教師は生徒の学習の成果を的確に捉えて指導の改善に生かすことができる。このように、指導と評価の一体化を図りながら、生徒が自身の学びを振り返り次の学びへ向かっていけるようにすることが、生徒の「数学する」学びを促し支えていくと考える。本実践で用いたLOPPシートは「単元を貫く問い」「単元目標」「学びの記録」「理解確認課題」「Key Concept」「自己評価」から構成されている。「Key Concept」には、その日の授業で学んだことで一番大切だと思うことを簡潔にまとめさせた。

3 研究の実際

(1) 指導の実際（第3学年「関数 $y = ax^2$ 」）

ア 単元目標

- 関数 $y = ax^2$ についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりすることができる。
- 関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察することができる。
- 関数 $y = ax^2$ について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとしたり、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたり、多様な考えを認め、よりよく問題解決しようとしたりする。

イ 重点目標

<本質的な問い>

日常生活や社会の事象などの具体的な場面で関数を活用するにはどうすれば良いか。

<永続的な理解>

自然現象や社会現象などの考察においては、具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、その変化や対応を表、式、グラフを相互に関連付けながら調べることを通して、関数関係を見だし考察し表現することが大切である。また、具体的な事象に関する観察や実験などの結果を理想化したり単純化したりして、事象の中にある数量の関係を既習の関数とみなすことによって、未知の状況を予測することができるようになる。

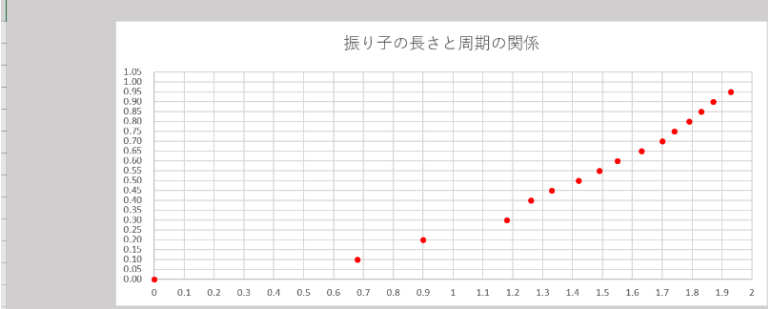
ウ 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①関数 $y = ax^2$ について理解している。 ②事象の中には関数 $y = ax^2$ として捉えられるものがあることを知っている。 ③いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解している。	①関数 $y = ax^2$ として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現している。 ②関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現している。	①関数 $y = ax^2$ の必要性和意味を考えようとしている。 ②関数 $y = ax^2$ について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③関数 $y = ax^2$ を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

エ 学習計画（全13時間）※一部抜粋

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	評価規準（評価方法）
7	・図形の移動による面積の変化を考察することを通して、事象から二つの数量を取り出し、その関係を表、式、グラフを用いて表現することができるようにする。	知 思		知②（行動観察） 思②（行動観察，Key Concept）
8 9 本時	・振り子の長さや周期の関係を考察することを通して、具体的な事象から二つの数量関係を、理想化したり単純化したりして関数 $y = ax^2$ とみなし、変化や対応の様子を調べたり、予測したりできるようにする。	知 思	○	知②（行動観察） 思③（行動観察，Key Concept）
10	・具体的な事象の中から見いだした関数関係を表やグラフを用いて調べることを通して、既習の関数とは異なるものがあることを理解できるようにする。	知		知③：理解確認課題
11	（パフォーマンス課題）自動車の速度と制動距離の関係を考察することを通して、関数 $y = ax^2$ について学んだことを生活や学習に生かすことができるようにする。	知 思 態	○ ○ ○	知①②（行動観察，ワークシート） 思①②（行動観察，Key Concept） 態①②（行動観察）
12	・学んだことコンセプトマップにまとめることを通して、知識及び技能を構造化して理解できるようにする。 ・単元目標の達成状況を振り返り、自己評価カードに成長した点や今後の課題などを記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 態	○ ○	知①～③（コンセプトマップ） 態①～③（自己評価カード）

(2) 授業の実際 (主題: アルプス少女ハイジを数学する)

T：教師の働きかけ　　S：生徒の反応		○指導の意図　◎評価																																				
(第1次) T：(動画「アルプスの少女ハイジ」を視聴した後) あのブランコの長さは何mだと思いますか？今日はこの疑問をみんなで解決しましょう。小学校5年生のときに「振り子」について学習したのを覚えていますか？振り子にはどんな性質がありましたか？ S：振り子の長さとしりて返ってくるまでの時間（周期）に関係があります。 T：そうでしたね。そこで今日は振り子の長さとしりての関係を調べ、問題を解決してほしいと思います。まず、班に分かれていろいろな長さの振り子の周期を測り、データを集めましょう。 T：実験結果をロイロノートの提出箱に提出してください。提出箱を共有するので、それを見てどんな関数になるか調べてください。 S：周期は規則的に増えているように見えるけど…？ S：データを小さい順に並び替え、グラフをかいてみるといいです。 T：集計用ファイル（Excel）を送るので調べてみよう。 S：グラフは直線にはならないね。 S：グラフが他の班とずれているので実験をやり直そう。 T：グラフを見て、どんな関数だと思いますか？ S：放物線に見えるので、2乗に比例する関数だと思います。		○生徒の知的好奇心を喚起するため、動画の一場面を問題として扱った。																																				
<table border="1"><thead><tr><th>周 期 (秒)</th><th>0</th><th>0.68</th><th>0.9</th><th>1.18</th><th>1.26</th><th>1.33</th><th>1.42</th><th>1.49</th><th>1.55</th><th>1.63</th><th>1.7</th><th>1.74</th><th>1.79</th><th>1.83</th><th>1.87</th><th>1.93</th><th>2.01</th></tr></thead><tbody><tr><td>振り子の長さ (m)</td><td>0.00</td><td>0.10</td><td>0.20</td><td>0.30</td><td>0.40</td><td>0.45</td><td>0.50</td><td>0.55</td><td>0.60</td><td>0.65</td><td>0.70</td><td>0.75</td><td>0.80</td><td>0.85</td><td>0.90</td><td>0.95</td><td>1.00</td></tr></tbody></table> 		周 期 (秒)	0	0.68	0.9	1.18	1.26	1.33	1.42	1.49	1.55	1.63	1.7	1.74	1.79	1.83	1.87	1.93	2.01	振り子の長さ (m)	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	○理想化することの必要性に気付かせるため、あえて未整理のデータを共有することでその必要感を実感させた。 ○「きょうどう」の精神を発揮する学び合いを活性化させるため、一人一人が役割を果たし、実験・考察するよう支援した。 ○関数としりてすることで未知の状況を予測できることを理解させるため、全体で意見交流しながら関数 $y = ax^2$ としりて考えていくという方針を立てさせた。 ◎関数 $y = ax^2$ としりてすることができているか。 (行動観察) ◎振り子の長さとしりての関係を利て、ブランコの長さを求める方法を説明することができているか。 (行動観察、ワークシート)
周 期 (秒)	0	0.68	0.9	1.18	1.26	1.33	1.42	1.49	1.55	1.63	1.7	1.74	1.79	1.83	1.87	1.93	2.01																					
振り子の長さ (m)	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00																					
(第2次) T：振り子の長さとしりての関係を利て、実際にブランコの長さを求めてみよう。もう一度動画を視聴して調べてみましょう。 S：動画では片道が4.61秒だから周期は2倍して9.22秒としよう。 S：$y = 0.25x^2$に$x = 9.22$を式に代入するとブランコは約21mだ！ T：今日の授業では、どんな考えが大切だと思いましたか？ S：身近なところにも関数があることが分かりました。 S：実験結果には誤差があるけど、理想化することで関数としりてすることが大切だと分かりました。 T：そのような考え方は、これからどんな場面で活用できそうですか？自分なりに考えたことを、「Key Concept」に書きましょう。		<table border="1"><thead><tr><th>班</th><th>式</th><th>周 期 (秒)</th><th>ブランコの長さ (m)</th></tr></thead><tbody><tr><td>6</td><td>$y = \frac{1}{4}x^2$</td><td>8</td><td>16</td></tr><tr><td>7</td><td>$y = 0.25x^2$</td><td>8.9</td><td>18.2</td></tr><tr><td>8</td><td>$y = \frac{1}{4}x^2$</td><td>9.22</td><td>約21.25</td></tr></tbody></table> ◎関数 $y = ax^2$ を利した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしているか。 (行動観察、Key Concept)	班	式	周 期 (秒)	ブランコの長さ (m)	6	$y = \frac{1}{4}x^2$	8	16	7	$y = 0.25x^2$	8.9	18.2	8	$y = \frac{1}{4}x^2$	9.22	約21.25																				
班	式	周 期 (秒)	ブランコの長さ (m)																																			
6	$y = \frac{1}{4}x^2$	8	16																																			
7	$y = 0.25x^2$	8.9	18.2																																			
8	$y = \frac{1}{4}x^2$	9.22	約21.25																																			

(3) 生徒の学びの実際

ア 生徒の取組の様子

行動観察からは、生徒がデータを理想化して関数 $y = ax^2$ とみなすことのよさを実感する姿を見取ることができた。また、ほとんどの生徒が式を求めれば良いことに気づき、解決の方針を立てることができていた。以下に生徒のワークシート（資料1）とKey Conceptの記述（資料2）を示す。

・プロセス

① グラフを見る → 放物線、ほい
↓ 理想化
放物線として考える。
↓
 $y = ax^2$ のグラフ。

② a の値がわかたら、11イジのグラフの
周期を測って代入するだけ！
 a の値 ... $y = ax^2$ の式に、
表からわかる x と y の値を
代入して求める。

注意！
★この表は人間が目で見測ったもの
→ 誤差だらけ！
↓ 正確に求めたい ...
いくつか a の値を導き出して **平均** をとろう！

③ 代入する x 、 y の値を選ぶ ...
～ポイント～
・ふり子の長さが **長い方** が正確
・ **計算しやすい方** がいいな ...
今井流 選ぶ方 ...
計算しやすかったりから、たぶんどこかで小数第2位を
四捨五入する方がよい。
↓
 x の値 (周期) を先に四捨五入して、2乗し、誤差の小さい
方をとる！
(例) $a = 1.78 \xrightarrow{\text{差}0.2} 1.8 \rightarrow 3.24$ 2乗した後は同じ数か
 $b = 1.83 \xrightarrow{\text{差}0.3} 1.8 \rightarrow 3.24$ しれないけど、四捨五入の
に生じた差は a の方が小
さいから、 a をとる。

④ x 、 y の値を代入し、
 a の値を求めて平均をとる
 $x^2 = 1.4 \quad y = 0.4 \quad a = \frac{5}{18}$
 $x^2 = 1.96 \quad y = 0.5 \quad a = \frac{25}{98}$ 小さい
 $x^2 = 3.24 \quad y = 0.8 \quad a = \frac{20}{81}$ 方が
 $x^2 = 4 \quad y = 1 \quad a = \frac{1}{4}$ ない
 $(\frac{5}{18} + \frac{25}{98} + \frac{20}{81} + \frac{1}{4}) \times \frac{1}{4}$
 $= 0.25 \dots$
↓
だいたい $a = \frac{1}{4}$ といえそう！
 $y = \frac{1}{4}x^2$

⑤ 11イジの周期を求めよう。
注意！
11イジのグラフのシーンが
はじまったとき、ふり子の頂点
じゃないかも ...
頂点 →
動物はここからスタート
してるかも ...
↓
け道 が はっさりして
↓
け道 $\times 2$ 8秒

⑥ ⑤で得た値を代入
 $y = \frac{1}{4}x^2$
 $y = \frac{1}{4} \times 8^2$
 $y = 16$
16m

資料1 生徒のワークシート

- 人の手で行うことは誤差があるかもしれないけど、**理想化をして考えることが大切。**
- 日常生活でも理想化することが必要になるかもしれない。何でもかんでも完璧にいくことは
ないから、**おおまかに捉えてみたり**、グラフの点がずれていても**頭の中で正しい位置を推測
したり**することも大切。
- 今回の計測では振り子の長さが長い方が、**誤差が少ないと考えられる**ため、グラフの原点よ
りも離れている点を使った方が、誤差が少なく求められた。
- 普段から疑問に思っていることも、多様な実験により**規則性を見だし、どんな式の関係に
なっているかを考える**ことも大切。

資料2 Key Concept の記述

また、LOPP シートについてのアンケート調査を実施したところ、「学習履歴を LOPP シートにまとめることで、自分の学習状況を把握することができている」という質問に 90%の生徒が肯定的な回答であった。また、「LOPP シートに書いた学習面の課題を改善しようとしている」という質問には 92%の生徒が肯定的な回答であった。その反面、「ポートフォリオをつくるのは大変だ」と回答した生徒の割合は 88%であった。本校には、OPPA を取り入れている教科が他にもあり、生徒が負担に感じている実情が明らかとなった。

4 成果と課題 (○成果 ●課題)

ア 「きょうどう (協同)」の精神を発揮する学び合いについて

- 生活の中の事象を数学的に分析する課題を扱うことで、自他が「きょうどう」しながら既存の知識や経験を活用して追究しようとする態度を引き出すことができた。
- ICT の活用は作業時間を短縮するだけでなく、データの特徴を可視化して、それらを即座に共有化することができ、解決の方針を立てる話し合いを活性化させることに有効であった。
- 「式をつくるにはどの値を用いるのが適切か？」について追究する場面では、一人では解決策を思いつかなかった生徒も、他と「きょうどう」しながら練り合う過程で新たな気づきが得られていた。
- 本実践は小学校 5 年生で学習した「振り子の法則」を素材にしており、生徒にとって新しさはなかった。しかし、具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、その関係を既習の関数とみなすことのよさを実感させるとともに、最適解を求めるために「きょうどう」することを促すのには有効な題材であったと考える。教科横断的な視点で教材を開発することで、「きょうどう」の精神を発揮する学び合いを充実させることができ、生徒が「数学する」学びが多様に構成できる可能性があると感じた。

イ 学びを深める LOPP シートを用いた評価について

- 単元末の自己評価には「自ら活用していくものだと気付いた」「学んだことを生活に生かそうとした」などの記述があり、次の学びに向かおうとする姿を見取ることができた。
- 「課題を解決するために、どのような手順でどのようなことを調べれば良いのか、自分で考え自分で解決することができた」という記述のように、自らの問題発見・解決プロセスを振り返って評価・改善しようとする姿を見取ることができた。
- 教師がコメントを記入して返却することは形成的評価の役割を果たした。また、時には Key Concept に教師が意図したことが書かれてないこともあり、教師自身にとっても授業を振り返って評価・改善することにも役立った。
- 今後は評価活動が生徒の負担過重にならないよう、指導と評価の一体化を図りながら、生徒にとっても、教師にとっても良い方策を検討していく必要がある。

引用・参考文献

- ・堀哲夫 (2013)「教育評価の本質を問う 一枚ポートフォリオ評価 OPPE」東洋館出版社
- ・柳田理科雄 (2013)「ジュニア空想科学読本」株式会社 KADOKAWA
- ・愛媛大学教育学部附属中学校 (2015, 2018)「研究紀要」
- ・文部科学省 (2017)「中学校学習指導要領解説数学編」
- ・国立教育政策研究所 (2020)『「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料 中学校数学」東洋館出版社

第3章 おわりに

本年次は、生徒が数学的な見方・考え方を働かせて問題発見・解決する力を育てる指導を通じて、持続可能な社会の実現に貢献する実践者としての資質・能力である「自立と共生の力」の育成を目指した。研究の総括として、本年次の研究成果を、生徒の姿を通して振り返る。

○物事を多様な観点から捉え、問題の本質を見抜く力

- ・授業の中で身に付けた考えがどのような場面で役立つのかをまとめることで、数学と日常生活との関連を理解することができた。
- ・生活の中の事象を数学的に分析する課題を追究することで、他と「きょうどう」しながら既存の知識や経験を活用して追究しようとすることができた。

○問題の解決に向け、自ら考え、見通しをもって行動する力

- ・考えを発展させたり、条件を変えたりする課題に取り組むことで、身に付けた力を生かし、試行錯誤しながら課題を解決することができた。
- ・パフォーマンス評価の観点にスピーチを取り入れることで、数学用語を使って論理的に説明したり、聞き手の立場に立って分かりやすく説明したりすることができるようになった。
- ・現実の場面を数学化するパフォーマンス課題を追究することを通して、既存の知識や経験、数学的な見方・考え方を基に主体である自分と題材・他者・内なる自分とを相互につないで問題解決する力を身に付けることができた。
- ・ICTの共有機能を活用することで、即座に学級全体でデータを共有することができ、解決の方針を立てる話し合いを活性化することができた。

○解決の過程や結果を振り返って修正・改善する力

- ・主体的に学習に取り組む態度（自己調整）を三つの過程に分類したことで、よりよい解決に向けた考えの変容を見取ることができた。
- ・学びログを用いた振り返りは、単元を通して資質・能力と既存の知識や経験、数学的な見方・考え方を結び付けたり、把握したりすることに有効であった。
- ・LOPPシートを使って生徒自身が自己の学びを振り返りながら学習を進めることで、次の学びに向かおうとする態度を引き出すことができた。更に、自分の問題発見・解決のプロセスを振り返って評価・改善しようとする態度を発揮することができた。

○多様な価値観を認める力

- ・生徒が意思決定する場面で、生徒と教師との問答を軸にして構成したことで、事象の要素や条件に着目して事象を数理的に捉えたり、根拠を基に筋道立てて説明したりすることができた。
- ・不確かな事象を理想化し、既習の関数とみなして考察する場面で、一人では解決策を思いつかなかった生徒も、他と「きょうどう」しながら練り合う過程で新たな気づきを得ることができた。