

3 年 A 組 数学科 単元設計・学習指導案

指導者 富永 剛志

1 日時（場所） 1 月 1 2 日（水） 8:50～9:40（3 年 A 組教室）

2 単元設計（単元名：図形の相似）

(1) 本単元で育成したい自立と共生の力

- 物事を多様な観点から捉え、問題の本質を見抜く力
- 解決の過程や結果を振り返って修正・改善する力
- 多様な価値観を認める力

(2) 単元目標

- 図形の相似についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりすることができる。
(知識及び技能)
- 図形の構成要素の関係に着目し、図形の性質や計量について論理的に考察し表現することができる。
(思考力、判断力、表現力等)
- 図形の相似について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとしたり、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたり、多様な考えを認め、よりよく問題解決しようとしたりする。
(学びに向かう力、人間性等)

(3) 重点目標

<本質的な問い>

「形が同じ」であるとはどういうことか。また、形が同じであることを判断したり、説明したり、活用したりするにはどうすればよいか。

<永続的な理解>

「形が同じ」であるとは、二つの図形においてその要素である対応する辺の比が等しく、対応する角がそれぞれ等しいことである。形が同じであることを判断したり、説明したり、活用したりするには、その要素である頂点、辺、角に着目して、相似条件や平行線の性質などを基にその性質を捉え、その正しさを根拠となる事柄から演繹的に証明することや、図形の性質を基に求めたい要素を図式化し処理することで解決することができる。

(4) 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解している。 ②具体的な立体の相似の意味及び相似な図形の相似比と面積比や体積比との関係について理解している。	①三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめることができる。 ②平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめることができる。 ③相似な図形の性質を具体的な場面で活用できる。	①相似な図形の性質のよさを実感して粘り強く考えようとしている。 ②図形の相似について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③相似な図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

(5) 評価の方法

パフォーマンス課題	その他の評価方法
あなたはレストランのお客さんです。レストランで使っている飲み物のグラス A, B, C について、お店の人から「入る量は同じでも、A より B, C の形のグラスの方がお客さんがたくさんおかわりしてくれるんだよ」と言われました。なぜそんなことが起こるのでしょうか。A, B, C それぞれのグラスで、①半分の量ずつ飲んだき② $1/3$ の量ずつ飲んだときの残りの高さを比べ、そこからお店の人が言ったことを考察しなさい。	○ノート・ワークシート・学習ログの記述 ○課題追究状況の観察 ○単元別テスト

〔パフォーマンス課題の予備的ルーブリック〕

	知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
A	Bに加え、それぞれの場合の体積や高さについて、それぞれ相似比や体積比を用いて数量を比較することができる。	Bに加え、それぞれの立体において求めた体積や高さを基に主題を考察し分かりやすく説明することができる。	Bに加え、考察が成り立つことを、相似を含めた数学のよさを生かして取り組んでいる。
B	図形の構成要素に着目し、立体の相似比や体積比を用いて体積や高さを求めることができる。	それぞれの体積と高さの関係を現実の場面にてらして主題を考察することができる。	相似な立体から相似比と体積比を用いて体積や高さを求めようと粘り強く考え、相似の意味や活用方法を問題解決に生かそうとしている。
C	図形の構成要素に着目することができず、体積を式に表せない。相似な立体の相似比と体積比を用いた式に表せない。	個別の体積や高さを求めることができるが、それらを比べて主題を考察することができない。	相似の意味や活用方法を理解できておらず、図形の構成要素に着目するまでにとどまっている。

(6) 指導計画（全 12 時間）

時間	ねらい・学習内容	重点	記録	評価規準（評価方法）
1	・具体的な事象を捉え考察することを通して、図形の対応する辺や角に着目し、二つの図形が相似であることの定義を理解できるようにする。	知 態		知①：行動観察 態①：学びログ
2	・相似になる二つの図形をかき、共通する条件を見いだすことを通して、三角形の相似条件を理解できるようにする。	知		知①：行動観察
3	・三角形の合同の証明を基に証明の手順を考察することを通して、証明のために着目すべき要素や条件を見いだし二つの三角形が相似であることを証明することができるようにする。	思		思①：行動観察・学びログ
4	・いろいろな図形の中から辺や角に着目し、見いだした三角形が相似であることを捉え証明することを通して、角の大きさや辺の長さを求めることができるようにする。	思 態		思①：行動観察 態③：学びログ
5	・平行線上に表れる相似な図形に着目して、対応する辺の性質を見だし証明することを通して、平行線の性質を理解し、平行線の性質を用いて長さを求めることができるようにする。	思		思②：行動観察
6	・定理の逆が成り立つかどうか帰納的、類推的、演繹的に確かめることを通して、平行線の性質の逆が成り立つことを理解し、対応する辺が平行であることを示すことができるようにする。	思		思②：行動観察
7	・相似な図形や立体の面積や体積を帰納的、類推的、演繹的に確かめることを通して、図形の相似比と面積比、体積比の関係を理解し、相似な図形や立体の面積や体積を求めることができるようにする。	知		知②：行動観察
8	・生活の中の事象について、図形の頂点、辺、角に着目して相似な図形を捉え、問題を考察することを通して、求めたい長さや角の大きさを相似な図形を活用して求めることができるようにする。	思 態		思③：行動観察 態②③：学びログ
9 本時 10	・飲み物のグラスの形のちがいによる、飲んだ量と残りの高さについて、図形の構成要素に着目して、相似な図形の性質を用いて比較することを通して、問題を解決することができるようにする。	知 思 態	○ ○ ○	知①②：パフォーマンス課題 思①②③：パフォーマンス課題 態①②③：パフォーマンス課題
11	・単元を通して学んだことを振り返り、学びログにまとめることを通して、目標の達成状況や身に付いた数学的な見方・考え方を働かせた問題解決の方法を把握し、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 思 態	○ ○ ○	知①②：学びログ 思①②③：学びログ 態①②③：学びログ
12	・単元全体の学習内容についてのテストに取り組み、単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価できるようにする。	知 思	○ ○	知①②：単元別テスト 思①②③：単元別テスト

「重点」は、重点的に生徒の学習状況を見取る観点を示しており、観点の総称は以下のとおり。

知識・技能…「知」 思考・判断・表現…「思」 主体的に学習に取り組む態度…「態」

重点としていない観点についても、生徒の学習状況を評価し、教師の指導改善や生徒の学習改善に生かす。

3 本単元と研究テーマとの関わり

(1) 生徒について

本学級の生徒（男子 16 名・女子 16 名）は、疑問に思ったことを解決したり、問題解決に向けて他と協力したりするなど、学習に前向きに取り組むことができる。また、2 年図形の合同における学習では、多くの生徒が証明の手順に従って論理的に図形の性質を証明することができており、既存の知識や経験として身に付けている。しかし、難しい問題において、図形の構成要素に着目して命題を捉えることや、結論を導き出すための推論の見通しを立てる場面においては、そのよさを実感して活用するまでには至っていない。本単元で学習する数学的な見方・考え方、知識・技能を基にして問題発見し、自分の考えや解決の過程を論理的に説明していくことが今後の課題である。

(2) 単元について

中学校における図形領域の学習は、それまで直観的な捉えのみで理解していた図形の意味を、根拠を基にその正しさが成り立つことを証明していくことで、小学校からの図形の概念や性質の理解を深めることができ、それを活用して問題の発見や解決に向かうことができる。また、相似の視点から図形の構成要素に着目して、見いだした性質を論理的に考察し表現する学習は、1，2 年における図形の見方・考え方を統合・発展させる意味においても重要な学習である。さらに、相似な図形の相似比と面積比、体積比の関係において、既習内容である比の考え方や比例式を用いて問題解決していくことは、これまでの学習を総合して問題解決していく意味においても重要な学習である。

そこで、既存の知識や経験、数学的な見方・考え方を基に、事象の状況を図形の構成要素や条件に着目して捉える学びを保障することで、図形を直観的に捉え、論理的に考察し表現するとともに、その確かさを基に図形の計量を考察していくことにつなげたい。

(3) 「深い学び」の実現に向けた指導の工夫について

既存の知識や経験から数学的な見方・考え方を引き出し、自分と題材、他者、自分自身がつながる工夫を次のとおり行う。

○自分と題材…事象の要素や条件など、状況を明確に捉える活動を重視し、相似な図形を見いだし問題解決の手立てとすることに向けて、既存の知識や経験を基にした対話を通して迫らせる。

○自分と他者…言語技術を生かした要素・条件の明確化など、対話を通して問題解決に活用できる数学的な見方・考え方を明らかにしながら、多様な表現方法で自分の考えを表現したり、他者の考えを取り入れたりさせる。

○自分と自分自身…問題解決のプロセスについて、数学的な見方・考え方に着目しながら、既存の知識や経験と学んだことをつなげて振り返り、工夫してまとめさせる。

このように生徒が題材の本質を捉えて他者と協働して問題解決していくことは、「物事を多様な観点から捉え、本質を見抜く力」「多様な価値観を認める力」の育成に資すると考える。

4 本時の指導（9/12 時間）

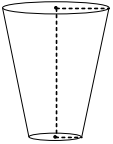
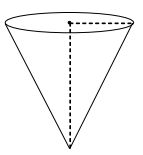
(1) 主 題 飲み物の容器の形が違うのはなぜだろう

(2) ねらい

○飲み物の容器の形と特徴について、その構成要素に着目し、相似な立体の相似比と体積比を用いてそのちがいを考察し表現することができる。

(3) 展 開

学習活動 (形態)	時間	○教師の働きかけ ・予想される生徒の反応	○指導の工夫 ◎評価規準(評価方法)
1 学習課題をつかむ。 (全体)	5	○みなさんが使っている飲み物の容器は、どんな形をしていますか。その形には、どのような機能や意味があるのでしょうか。 ・マグカップが円柱の形をしている。 ・下がしぼんでいる容器もある。持ちやすいから。 ・円錐のグラスがある。おしゃれだから。 ・ワイングラス。香りを楽しむから。	○課題をつかみやすくするために、身近な容器の形を想起させる。 ○生活と数学を往還する手がかりにさせるために、容器の機能や意味を確認する。

A 	あなたはレストランのお客さんです。レストランで使っている飲み物のグラス A, B, Cについて、お店の人から「入る量は同じでも、AよりB, Cの形のグラスの方がお客さんがたくさんおかわりしてくれるんだよ」と言われました。なぜそんなことが起こるのでしょうか。A, B, Cそれぞれのグラスで、①半分の量ずつ飲んだき②$1/3$の量ずつ飲んだときの残りの高さを比べ、そこからお店の人が言ったことを考察しなさい。		
2 解決の見通しを立てる。 (全体) B  (小集団) C  (個人→小集団)	20	○半分の量を飲んだとき、それぞれのグラスはどの高さまで飲み物が残るのだろう。 ・Aのグラスはちょうど半分の高さだ。 ・BやCも半分なのかな。 ・BやCはAよりも上の高さになるんじゃないかな。 ・Cは似たようなことを授業で学習したことがあるぞ。 ○Cのグラスで半分の高さまで飲んだとしたら、どれくらいの量を飲んだと言えるのかな。 ・体積を求めなくても、相似な図形の性質を使えば求められそう。 ・残り全体について相似な図形とみたら、高さが$1/2$だから、体積比から残りが全体の$1/8$となって、飲んだ量は全体の$7/8$だ。半分より多すぎる。 ○半分だったら、逆に高さはどうなるのかな。 ・比例式を用いて計算してみよう。 ・3乗の方程式になる。どうしよう。 ・平方根の時と同じ考え方はできないかな。 ・3乗したら半分になる値を見付けよう。	○要素や条件に着目させるために、図に印を入れて考えさせる。 ○要素や条件を引き出すために、各部分の長さについて、どこからそういえるのか、数学的な表現で答えさせる。 ◎図形の構成要素に着目し、相似な図形を捉えて体積を求めることができる。(観察・ワークシート) ○高さは小数第2位まで求めることを付け加える。
3 問題を解決する。 (個人) ↓ (小集団) ↓ (全体)	20	○Bのグラスや、②についても調べて考えてみよう。 ・Bは相似な図形が見えないな。 ・辺を延長して円錐にすると相似な立体が見える。 ・さっきと同じように、半分の高さまで飲んだとしたら、どれくらいの量を飲んだと言えるのかな。 ・今度は$1/3$ずつ飲んだとしたら、量は変わるけれど、比例式を用いて求める考え方は同じだ。 (考察の場面) ・半分でも、$1/3$でも、同じ量ずつ飲んだときの高の減り具合がだんだん大きくなるから、後になるほど見目で一気になくなるように見えるため、余り飲んだ気にならないから、もっと欲しくなっておかわりをするのだと思う。	◎一定量当たりの高さを比べて課題を考察し、分かりやすく説明することができる。 (観察・ワークシート)
4 本時の学習を振り返り、学びを深める。(全体)	5	○どのような見方・考え方をしたことで、この問題の解決の見通しが立ったのかな。 ・図形の要素や部分に着目して、<u>相似な立体だと捉えたり作ったりすると、直接計算しなくても体積や高さが求められた。</u> (次時も活動を継続し、個人でまとめ、全体で共有し、自己評価・他者評価を行う。)	◎相似な立体の相似比と体積比を用いるよさを、問題解決の過程を振り返って考えようとする。 (観察・ワークシート)
授業研究の視点	○問題把握や解決において<u>既知の知識や経験を基にした対話を通して状況(問題の要素や条件等)を明確にする展開</u>は、問題解決の方法や手順を明確にするとともに、相似な図形の性質を用いて解決に向かうことにつながったか。		